مستوى الفهم المفاهيمي للمشتقة لدى طلبة جامعات جنوب الأردن والصعوبات التي تواجههم أثناء حل مسائل عليها*

أ. رشا عبد الرحمن محمد بني عطا**
أ.د. علي محمد علي الزعبي***

*تاريخ الاستلام :2017/10/1م، تاريخ القبول:2017/12/11م.
** طالبة دكتوراه/ جامعة اليرموك/ الأردن.
***أستاذ دكتور/ جامعة اليرموك/ الأردن.
****بحث مستل من أطروحة الدكتوراه للباحث الأول

DOI: https://doi.org/10.5281/zenodo.1344958

***Keywords**: Conceptual Understanding, Derivative, Multiple Representations.*

مُلخص:

هدفت الدراسة إلى الكشف عن مستوى الفهم المفاهيمي للمشتقة لدى طلبة جامعات جنوب الأردن، والصعوبات التي تواجههم أثناء حل مسائل عليها. وقد تكوّنت العينة من (170) طالبًا وطالبةً من طلبة كليتي العلوم والهندسة من مجتمع الدراسة. ولتحقيق أهداف الدراسة، تمّ بناء اختبار للفهم المفاهيمي للمشتقة واخضاع عينة الدراسة له.

وقد أظهرت نتائج الدراسة انخفاضًا في مستوى الفهم المفاهيمي للمشتقة بشكل عام، وفهم المشتقة في سياقي التمثيلات الرمزية والعددية، وإدراك العلاقات بين المشتقة ومعدل التغير والنهاية لدى الطلبة، بينما كان مستوى الطلبة متوسطًا في فهم المشتقة في سياقي التمثيلات المادية والبيانية، وإدراك العلاقات بين المشتقة وميلي المماس والقاطع. وأظهرت النتائج أيضًا عديد من الصعوبات التي تواجه الطلبة أثناء حل مسائل على المشتقة، منها: تمثيل المشتقة الأولى لاقتران ما عند نقطة معينة عندما تساوي قيمة ثابتة بيانيًا.

الكلمات المفتاحية: الفهم المفاهيمي، المشتقة، التمثيلات المتعدّدة.

Southern Jordanian Undergraduates› Level of Conceptual Understanding of Derivative and Difficulties faced them during Solving Derivative Problems

Abstract:

The study aims to reveal the level of conceptual understanding of derivative among undergraduates in southern Jordanian universities in order to identify the difficulties that students faced while solving derivative problems. The sample consisted of a sample comprising 170 male and female students (science and engineering colleges) for the study population. Students were tested through conceptual understanding test designed for the study.

The results showed decrease in the level of conceptual understanding of derivative generally, its representations (i.e., symbolical and numerical), their recognition of the relationship between the derivative, limit, and rate of change among students. The understanding of the derivative in terms of representations (i.e., graphical and physical) and their recognition of the relation between the derivative, slopes of secant, and tangent were mid. Moreover, the results showed the most prominent difficulties students faced during solving derivative problems (e.g., representing the first derivative of function graphically at a particular point equaling constant.

مقدمة

يُعد الفهم لدى الطلبة هدفًا أساسيًا من أهداف تعليم الرياضيات وتعلّمها، وينفرد كل شخص في كيفية فهم الأشياء وربط الأفكار، كما يختلف الفهم من فرد لآخر، ويعرف دريفوس (Dreyfus, 1991) الفهم بعملية ذهنية تحدث داخل الدماغ، ويُمكن أن تحدث بشكل سريع، وتعتمد عملية الفهم على سلسلة مُطولة من أنشطة التعلّم؛ لذلك يصعُب تحديد كيف يتم اكتساب مفهوم رياضي ما داخل الدماغ.

ويُميز سكمب (Skemp, 1976) بين نوعين من الفهم، هما: الفهم الإجرائي(الآلي) كالقيام بالإجراءات دون تبرير، والفهم المفاهيمي(العلائقي)، كمعرفة ماذا تفعل؟ ولماذا؟، ويرى فان دي ويل (Van De Walle, 1994) أنّه كلما اتجهنا من الفهم الإجرائي (الآلي) إلى الفهم المفاهيمي (العلائقي) ازداد إدراك العلاقات وتكوينها، وذلك من خلال الربط بين المفاهيم الرياضية من جهة، والفهم المفاهيمي والفهم الإجرائي من جهة أخرى، ويُشير تول وفينر (Tall & Vinner, 1981) إلى أنّه إذا كانت صورة المفهوم ضعيفة لدى الطلبة، فإنّ ذلك سيؤدي إلى الفهم الخاطئ؛ لذا يجب التركيز على الفهم المفاهيمي، الذي يعمل على تشكيل روابط بين المفاهيم والعلاقات المُرتبطة بها، ويؤكد (أبو زينة، 2003) أنه يمكن تعلّم المفاهيم الأكثر تجريدًا وتعقيدًا عندما يتم التركيز على العلاقات بين المفاهيم المترابطة.

ويُشير بالكا وهول ومايلز (Balka, Hull & Miles, 2015) إلى أنّ نقطة البداية الجيدة لفهم المقصود بالفهم المفاهيمي هي مراجعة مبدأ التعلّم، الذي ينص على أنّه يجب أن يتعلم الطلبة الرياضيات مع الفهم، من خلال ربط المعرفة الجديدة بالمعرفة والخبرات السابقة لدى المُتعلم، حيث إنّ التعلّم مع الفهم يجعل الطلبة مُتعلّمين مستقلّين بذاتهم، مُسيطرين على تعلّمهم، واثقين من قدراتهم، ومستعدّين لحل المسائل الصعبة، ومرنين في استكشاف الأفكار الرياضية؛ وبالتالي الحصول على مُتعلمين أفضل، كما ركّزوا على أهمية الفهم المفاهيمي وتطوير فكرته، بالإضافة إلى تقديم أمثلة عديدة وضّحوا من خلالها ما قصدوه بالفهم المفاهيمي والتي يمكن تطبيقها والإفادة منها داخل الغرفة الصفية؛ فمثلًا عندما يجد الطالب مشتقة اقتران ما باستخدام تعريف المشتقة، أو من خلال قواعد الاشتقاق، فهذا لا يدل على أنّه يمتلك فهمًا مفاهيميًا كاملًا للمشتقة، ولكن بالإضافة إلى ذلك ينبغي أن يكون قادرًا على فهم المفاهيم التي يحتويها مفهوم المشتقة كالنسبة، والاقتران، والنهاية، وفهم التمثيلات المتعددة للمشتقة – الرمزية، والبيانية، والمادية، والعددية – وإدراك العلاقات بين مفهوم المشتقة وبين المفاهيم الأساسية المُرتبطة به، وبهذا قد يكون امتلك فهمًا مفاهيميًا للمشتقة.

يُعدُّ مفهوم المشتقة من المفاهيم الأساسية في التفاضل

والتكامل، ويحتوي على عدّة مفاهيم مثل مقدار التغير ومعدل التغير، والاقتران والنهاية، ويرتبط أيضًا بمفهوم ميل المماس (Shahin, Yenmez & Erbas, 2015; Park, 2012)، كما يُمكن التفكير بمفهوم المشتقة بطرق مختلفة، إذ يتم التفكير به اصطلاحيًا باستخدام (ε و δ)، أو بيانيًا كعلاقته بالانحدار (Steepness)، أو رمزيًا كصيغة، أو عدديًا كميل، أو بصريًا مكانيًا كسرعة (Tall, 1997)؛ ويُمكن تمثيل المشتقة بتمثيلات متعدّدة (Santos & Thomas, 2003; Roorda, Vos & Goedhart, 2010) وترتبط المشتقة بمفاهيم بالغة الأهمية في التفاضل والتكامل كمفهومي الاتصال والتكامل، ويمكن اعتبار المشتقة أداة رياضية أساسية لدراسة التغير عندما تتغير كمية معينة بالنسبة إلى أخرى (المعدلات المُرتبطة بالزمن)، والمشتقة هي الأساس للمعادلات التفاضلية التي يمكن توظيفها في مجالات الاتصالات والمركبات الفضائية، وفي المجالات العسكرية، وفي العلوم الحياتية والسكانية، وتعتمد على المشتقة نظريات عديدة في الرياضيات(عرفة، عمايرة، صبح، الشرفات، جوهر، والخطيب، 2017). ولمفهوم المشتقة استخدامات عديدة مثلًا في كيفية تقريب الاقترانات غير الخطية إلى اقترانات خطية، وإيجاد معادلة خط المماس، وتمثيل الاقترانات بيانيًا وتحديد المعالم الرّئيسة لها بدقة، بالإضافة إلى استنتاج التمثيل البياني للاقتران من خلال التمثيل للبياني لاقتران المشتقة (Asiala, Cottrill, Dubinsky, & Schain-gendorf, 2001; Abbey, 2008).

يُشير المجلس الوطني الأمريكي لمعلمي الرياضيات (NCTM - National Council of Teachers of Mathematics, 2000) إلى أهمية الدور الذي يلعبه الفهم المفاهيمي في أداء الطلبة، حيث اعتبره هدفًا رئيسًا من أهداف تعلّم الرياضيات و تعليمها، وذكر أنّه عندما يمتلك الطلبة فهمًا مفاهيميًا لموضوع رياضي، فإنهم ينفذون إجراءات الحل بكل سهولة ويُسر، ويُدركون ما وراءها، وبيّن أنّه يمكن أن نستدل على امتلاك الطالب للفهم المفاهيمي في الرياضيات عندما يستطيع أن يُقدم أمثلة على المفاهيم ويُميزها؛ ويستخدم النماذج والمحسوسات والمخططات والتمثيلات المختلفة للمفاهيم ويربطها؛ ويُحدد المبادئ ويطبقها؛ ويُدرك الإشارات والرموز والمصطلحات التي تُمثل المفهوم ويُطبقها ويُفسرها؛ ويستطيع صوغ تعريفات، ويُقارن المفاهيم ذات الصلة ويعرف وجه الاختلاف، ويربط بين المفاهيم ذات الصلة ويُكاملها. كما أن الفهم المفاهيمي يعكس قدرة الطلبة على التبرير في مواقف تحتاج إلى تطبيقٍ واعٍ للتعريفات والعلاقات.

وتكمُن أهمية مفهوم المشتقة بتطبيقات عديدة وبالغة الأهمية في الرياضيات كالتطبيقات على القيم القصوى والتي تُسمى بالـ (Optimization Problems)، وفي علوم مختلفة تلعب دورًا بارزًا في حياتنا اليومية، كالفيزياء، والاقتصاد، والأحياء، والكيمياء، والهندسة، وعلوم الفضاء، والصناعات؛ فيُستخدم في الفيزياء، على سبيل المثال، من خلال مفاهيم السرعة، والتسارع، والانحلال الإشعاعي، والمقذوفات والتيار الكهربائي؛ ويستخدم في الاقتصاد من خلال حساب الأرباح القصوى للإنتاج (Marginal Profits) الذي يغطي التكاليف (Marginal Costs) والإيرادات؛ لذا يجب أن نولي مفهوم المشتقة اهتمامًا كبيرًا.

يُواجه الطلبة صعوبات متعددة أثناء حلّهم للمسائل في التفاضل والتكامل، وخاصة في المسائل على مفهوم المشتقة، ومن بين هذه الصعوبات: افتقار الطلبة للفهم المفاهيمي للمشتقة، وعدم قدرتهم على الربط بين التمثيلات المتعددة لها واستخدامها أثناء حل المسائل (Huang, 2011; Swanagan, 2012; Park, 2012; Orhun, 2013; Hashemi, Abu, Kashefi & Rahimi, 2014)، ومحدودية فهم الطلبة لاستخدام المشتقة أثناء حلّ مسائل تطبيقية على القيم العظمى والصغرى المُطلقة (Swanagan, 2012)، ومعاناة الطلبة في تعريف المتغيرات.

وعلى الرغم من أن بعضهم استطاع تعريف المتغيرات، لكنهم واجهوا صعوبة في تطبيق طرق تفكيرهم حول المشتقة في حل مسائل تطبيقية، وذلك لأنّ طرق تفكيرهم حول مفهوم المشتقة غير مُكتملة (Firouzian, 2008)؛ كما أنّ سوء فهم الطلبة للاختلاف بين الميل ومعدل التغير والانحدار (Steepness) أدى إلى ارتكابهم الأخطاء أثناء حلّهم لبعض المسائل (Teuscher & Reys, 2010; Park, 2012)؛ ويرى سالازار (Salazar, 2011) بأنّ التعريف الرسمي لمفهوم المشتقة بدلالة النهاية (تعريف Cauchy) يُعد مصدرًا من مصادر الصعوبات، وذكرت أورهون (Orhun, 2013) أنه وعلى الرغم من أن الطلبة يعرفون تعريف المشتقة باستخدام النهاية لكن يوجد صعوبة في استخدام العلاقة بينهما؛ ومعاناة الطلبة في حل المسائل البيانية (Abbey, 2008)؛ فإنّ مثل هذه الصعوبات تدل أو تعكس ما تعلم الطالب نتيجة التعليم الذي صُمّم، حيث يُركّز على تعلم الإجراءات دون فهم السبب وراء تطبيقها، ويركز أيضاً على معرفة المفاهيم دون فهمها بشكل عميق وبروابط غنية (Schoenfield, 1985; NCTM, 2000) وهذا بدوره لن يسمح للطالب بالتطبيق والتكيف واكتساب الأفكار الرياضية في مواقف جديدة (NCTM, 2000).

إن فهم المشتقة في سياق التمثيلات المتعددة، ومن خلال إدراك العلاقات بينها وبين المفاهيم المرتبطة بها يعدّ تعلمًا مبنيًا على أساس الفهم المفاهيمي الذي يؤهل للتعامل معها وتوظيفها في حل مسائل عليها (Huang, 2011; Orhun, 2013; Shahin, Yenmez & Erbas, 2015). كما أنّ الوقوف على الصعوبات التي تواجه الطلبة في حل مسائل على المشتقة، قد يوفر لعضو هيئة التدريس فرصًا لفهم خصائص طلبته، كقدراتهم وكيفية تعلمهم للمشتقة وطرق تفكيرهم بها وطبيعة الأخطاء التي يرتكبونها، والتي قد يُعيد من خلالها تشكيل ممارساته التدريسية بحيث تتماشى مع ما تنادي به حركات التحديث والتطوير في تعليم وتعلّم الرياضيات (الطراونة، 2016)، وقد تحفزه في البحث حول أسباب تلك الصعوبات، وقد تدفعه للاشتراك بالدورات التدريبية التي تقام في الجامعات، والاطلاع على مستجدات طرائق التدريس والمداخل لتعليم وتعلّم المفاهيم الرياضية، والمشاركة في تطوير كتب التفاضل والتكامل والاختبارات التي تركز على الفهم المفاهيمي للمفاهيم الرياضية، االستخدام وسائل تقييم متنوعة وتطوير إطارات تحليل نوعية (Zan-

dieh, 2000; Kendal & Stacey, 2003; Santos & Thomas, 2003; Roorda, Vos, & Goedhart, 2010) تتناسب مع مهمات الاختبار وتكشف عن مستوى فهم الطلبة ومدى اختلاف فهمهم، حيث أكدّ (الطراونة، 2016) أنّ التدريس الجامعي لازال يركز على التجريد في تعليم وتعلم الرياضيات دون الخوض في الفهم المفاهيمي وربط الرياضيات في الحياة. وأكدّ أيضًا أن التدريس يجب أن يركز على ممارسة الرياضيات وليس معرفتها فقط.

بمراجعة الأدب البحثي، أُجريت دراسات تناولت الفهم المفاهيمي للمشتقة في سياق التمثيلات المتعدّدة، أو في سياق تمثيل واحد، أو في سياق النمذجة، وكيفية تطوره، وأثره على حلهم لمسائل تطبيقية على المشتقة

Santos & Thomas, 2003; Hahkioniemi, 2005; Abbey,) 2008; Park, 2012; Teuscher & Reys, 2010; Huang, 2011; Salazar, 2011; Swanagan, 2012; Orhun, 2013; Shahin, Yenmez & Erbas, 2015)، وتناولت دراسات أخرى الصعوبات التي يواجهها الطلبة والأخطاء التي يرتكبونها أثناء حلهم لمسائل على لملمشتقة، وأسباب تلك الصعوبات (Bezuidenhout, 1998; Hashemi, Abu, Kashefi & Rahimi, 2014).

وضّح شاهين وينمز وإرباز (Shahin, Yenmez & Erbas, 2015) أنّ المشتقة تمثل علاقات بين معدل التغير وميل المماس والنهاية، وبفقدان أحد هذه المفاهيم المهمة المُرتبطة بمفهوم المشتقة، لن يُكوّن الطالب فهمًا كاملًا لمفهوم المشتقة، وقد أطلقوا عليها المفاهيم الأساسية التي تُشّكل أساس مفهوم المشتقة؛ فأجرى الباحثون (دراسة حالة) لثلاثة من الطلبة المشاركين في الدراسة لمعرفة مدى إدراكهم للمفاهيم الأساسية المُرتبطة بمفهوم المشتقة وللعلاقات فيما بينهم في سياقات نمذجة رياضية. حيث أظهرت النتائج أنّ فهم المشاركين للمشتقة هو فهم إجرائي (آلي)، ولم تُظْهر شروحاتهم، دور المفاهيم المُرتبطة بالمشتقة، حتى أنّ الطلبة الذين تمكنوا من حل المهمات بشكل صحيح لديهم فهم إجرائي، ولم يتمكنوا من فهم المشتقة مفاهيميًا.

وسعت دراسة هوانج (Huang, 2011) إلى تحديد فهم طلبة كلية الهندسة للسنة الأولى لمفهوم المشتقة، ودراسة فعالية نموذج أبوس (APOS- Action-Process-Object-Schema) في تدريس المشتقة. تكوّنت العينة من (35) طالبًا وطالبةً من كلية الهندسة في إحدى الجامعات في تايوان، وقد تمّ جمع البيانات من خلال اختبار مُكوّن من مسألتين غير روتينيتين، بالإضافة إلى المقابلات الشخصية بعد نهاية الاختبار، وقد أظهرت النتائج تدني مستوى فهم الطلبة لمفهوم المشتقة، وعدم قدرتهم على الربط بين التمثيلات المتعدّدة لمفهوم المشتقة؛ في حين أظهرت فعالية نموذج (APOS) المُقترح في تدريس المشتقة، الذي أدّى إلى رفع مستوى الفهم لدى (81%) من الطلبة لمفهوم المشتقة.

أشارت عديد من الدراسات إلى وجود علاقة جوهرية بين فهم الطلبة وتطوره، وبين قدراتهم التمثيلية (Santos & Thomas, 2003; Roorda, Vos & Goedhart, 2010)، فمثلًا أجرى سانتوس وثوماس (Santos & Thomas, 2003) دراسة استهدفت الكشف عن دور التمثيل في فهم الطلبة للمشتقة، والبحث في أثر الإطار المُقترح على فهمهم، حيث تكوّن الإطار المُقترح من بعدين: بُعد القدرة على التمثيل (الرمزي، البياني، العددي)، والبُعد المعرفي القائم على نظرية أبوس .(APOS) تكوّنت العينة من (6) طلاب من جامعة أوكلاند بنيوزيلندا، وقد تمّ جمع البيانات من خلال اختبارين قبلي وبعدي، بالإضافة إلى التسجيلات والمقابلات الشخصية، ومن خلال تحليل استجابات طالبتين ومقابلتهن، أظهرت النتائج وجود اختلافات نوعية في فهم الطلبة لمفهوم المشتقة والمفاهيم المُرتبطة بها، واقترح الباحثان أنّه يمكن للطلاقة التمثيلية أن تُكوّن مؤشرًا أساسيًا على هذا الاختلاف في التفكير. وأجرى روردا وفوس وجيودار (Roorda, Vos & Goedhart, 2010) دراسة طولية – من الصف العاشر إلى الصف الثاني ثانوي– استهدفت معرفة مدى تطور فهم الطلبة للمشتقة من خلال الروابط التي يكوّنها الطلبة بين التمثيلات المتعدّدة وداخل التمثيل الواحد، وكذلك بين التطبيقات والتمثيلات الرياضية، وتكوّنت العينة من (12) طالبًا في إحدى المدارس الهولندية، وقد قيّموا فهم الطلبة، وحلّلوا البيانات من خلال استخدام إطار عام يتضمن بُعدين: يشمل البُعد الأول الروابط بين التمثيلات المختلفة(الرمزية/الصيغ، البيانية، العددية)، أما البُعد الثاني، فيشتمل على مستوى الروابط داخل التمثيل الواحد، التي تمّ تحديدها بأربعة مستويات، وكان الهدف من دراستهم وصف تطور فهم المشتقة وتحليله ليس كمفهوم رياضي بحد ذاته، ولكن من خلال علاقته بتطبيقات رياضية وفيزيائية واقتصادية، وقد تمّ جمع البيانات من خلال أربع مهمات أدائية تعطي الفرصة للطلبة ليُظهروا فهمهم للمشتقة بتمثيلات وتطبيقات مختلفة، بالإضافة إلى المقابلات الشخصية، وأظهرت النتائج أنّ ثلثي الطلبة فضّلوا التمثيل البياني في المهمات والشروحات حول المشتقة.

وبحث فيروزيان (Firouzian, 2008) في طرق تفكير الطلبة حول المشتقة من خلال مسائل تطبيقية، وتكونت العينة من (176) طالبًا من جامعة نورث أيسترن الأمريكية. وتمّ جمع البيانات من خلال استبانتين: احتوت الأولى على ستة مسائل، ثلاث منها بحثت في طرق تفكير الطلبة حول المشتقة، بينما تضمنت الاستبانة الثانية .مسألتين تطبيقيتين على القيم العظمى والصغرى للمشتقة. وأظهرت النتائج أن (59 %) من الطلبة يمتلكون طرقًا متعددة للتفكير بالمشتقة، في حين أنّ أكثر من (70 %) منهم يمتلكون طرق تفكير غير مُكتملة حول المشتقة، كما أنّ غالبية الطلبة لديهم ضعفًا في تطبيق طرق تفكيرهم حول المشتقة في حل المسائل التطبيقية.

يتضح من خلال الأدب البحثي محدودية فهم الطلبة المفاهيمي للمشتقة، وتفضيلهم لتمثيل دون غيره لتمثيلات المشتقة، وحتى أنّ الطلبة الذين تمكنوا من حل المهمات بشكل صحيح لديهم فهم إجرائي، ولم يتمكنوا من فهم المشتقة مفاهيميًا في سياق التمثيلات المتعدّدة، أو في سياق تمثيل واحد، أو في سياق النمذجة (Roorda, Vos & Goedhart, 2010; Orhun, 2013)، وكشفت دراسات أخرى الصعوبات التي يواجهها الطلبة وأسباب تلك الصعوبات (Park, 2012; Swanagan, 2012; Hashemi, Abu, Kashefi & Rahimi,

2014)، تبيّن نُدرة الدراسات التي تناولت مشكلة الدراسة الحالية – وفي حدود علم الباحثَين – على المستويين العربي والمحلي في الأردن، وتؤكد معظم الدراسات السابقة أهمية البحث في الفهم المفاهيمي للطلبة والمعلمين، وتُوصي باستمرارية إجراء الدراسات في هذا المجال، وتُعد هذه الدراسة من أوائل الدراسات على المستوى العربي، ومرجعًا مهمًا للدراسات اللاحقة، وتتفق الدراسة الحالية مع الدراسات السابقة في تناولها للفهم المفاهيمي لمفهوم المشتقة، وتُعد مختلفة عن الدراسات السابقة؛ لأنها كشفت عن مستوى الفهم المفاهيمي للمشتقة لدى طلبة جامعات جنوب الأردن ، من خلال الكشف عن مستوى فهمهم لها في سياق التمثيلات المتعدّدة (الرمزية، والبيانية، والمادية، والعددية)، ومن خلال إدراكهم للمفاهيم المُرتبطة به كميل المماس، ومعدل التغير، والنهاية، وحددت الصعوبات التي واجهها الطلبة أثناء حلهم لمسائل على المشتقة، من خلال الاختبار الذي أعدّه الباحثان.

مشكلة الدراسة

يُعد مفهوم المشتقة من المفاهيم الأساسية والمهمة التي تُقدم للطلبة في المرحلتين الثانوية، والجامعية الأولى ضمن مساقات التفاضل والتكامل في تخصصات العلوم والهندسة. وتُشير نتائج كثير من الدراسات (Santos & Thomas, 2003; Hahkioniemi, 2005; Abbey, 2008; Firouzian, 2008; Roorda, Vos & Goedhar, 2010; Teuscher & Reys, 2010; Huang, 2011; Salazar, 2011; Park, 2012; Swanagan, 2012; Orhun, 2013; Shahin, Yenmez & Erbas, 2015) إلى ضعف الطلبة في الفهم المفاهيمي للمشتقة، وعدم قدرتهم على الربط بين التمثيلات المتعدّدة لمفهومها، بالإضافة إلى ضعف في تطبيق طرق تفكيرهم حول المشتقة في حلّ المسائل التطبيقية، وإلى الصعوبات التي يواجهونها، والأخطاء التي يرتكبونها أثناء حلّهم لمسائل على المشتقة؛ لذا يُوصي الباحثون بإجراء المزيد من الدراسات التي تتناول الفهم المفاهيمي للمشتقة، وتحديد الأخطاء المفاهيمية والصعوبات التي تواجه الطلبة أثناء حلّ تطبيقات حياتية عليها، والبحث عن نماذج واستراتيجيات تدريسية لتنمية الفهم المفاهيمي للمشتقة، ومعالجة تلك الأخطاء، وتذليل تلك الصعوبات.

وقد لاحظ الباحثان من خلال خبرتيهما في تدريس مساق التفاضل والتكامل لطلبة المرحلة الجامعية الأولى لعدة سنوات عديدَ من المواقف، التي تُظهر بأنّ الطلبة لا يكوّنون فهمًا كاملًا لمفهوم المشتقة. ويبدو بشكل واضح أنّ الطلبة لا يتقنون فهم المشتقة ككل، وقد يتمكنوا من إيجاد المشتقة بشكل آلي، وربما بطريقة سليمة، ولكن دون فهم.

وانطلاقًا من توصيات الدراسات السابقة ومن خبرة الباحثَين ونتيجة لشُح الدراسات في هذا المجال على المستويين المحلي والعربي، جاءت الدراسة الحالية لتكشف عن مستوى الفهم المفاهيمي للمشتقة لدى طلبة جامعات جنوب الأردن، وذلك من خلال الكشف عن مستوى فهمهم لها في سياق التمثيلات المتعدّدة (الرمزية، والبيانية، والمادية، والعددية)، ومن خلال إدراكهم للمفاهيم المُرتبطة بها كميل المماس، ومعدّل التغيّر، والنهاية، ومحاولة بناء اختبار يقيس ذلك، بالإضافة إلى تحديد الصعوبات التي يواجهها الطلبة أثناء حل مسائل على المشتقة.

وبالتحديد حاولت الدراسة الإجابة عن السؤالين الآتيين:

- ما مستوى الفهم المفاهيمي لمفهوم المشتقة لدى طلبة جامعات جنوب الأردن؟
- ما الصعوبات التي تواجه طلبة جامعات جنوب الأردن أثناء حلّ مسائل على المشتقة؟

أهداف الدراسة

هدفت هذه الدراسة إلى الكشف عن مستوى الفهم المفاهيمي للمشتقة لدى طلبة جامعات جنوب الأردن، وذلك من خلال الكشف عن مستوى فهمهم لها في سياق التمثيلات المتعدّدة (الرمزية، والبيانية، والمادية، والعددية)، ومن خلال إدراكهم للمفاهيم المُرتبطة بها كالميل، ومعدّل التغيّر، والنهاية، وتحديد الصعوبات التي تواجههم أثناء حل مسائل على المشتقة.

أهمية الدراسة

تتحدد أهمية الدراسة في تناولها لهدف رئيس من أهداف تدريس الرياضيات وهو الفهم المفاهيمي، وتبرز أهمية الدراسة في المفهوم الذي تناولته وهو مفهوم المشتقة، الذي يُشكّل نسبة تتعدى (90 %) من الرياضيات المتقدمة (Tall, 1994). وتكمُن الأهمية النظرية للدراسة في كونها من الدراسات القليلة، التي تتناول هذا الموضوع لدى طلبة جامعات جنوب الأردن، التي يُؤمل أن تُثري الأدب النظري والبحثي في الرياضيات المتقدمة، وتسد ثغرة في هذا المجال من البحث.

وتتمثل الأهمية العملية لهذه الدراسة في أنّها قد تُفيد الطلبة وأعضاء الهيئة التدريسية والمُهتمين في تطوير العملية التعليمية في الجامعات العربية عامة، والأردنية خاصة، وذلك من خلال معرفة كيفية الكشف عن مستوى فهم الطلبة لمفهوم المشتقة في سياق التمثيلات المتعدّدة ومن خلال إدراكهم للعلاقات بين المفاهيم المُرتبطة به، والى كيفية تحديد الصعوبات التي تواجههم أثناء حلّهم لمسائل على المشتقة؛ مما يساعد على وضع البرامج، والخطط العلاجية، وتطوير المناهج في ضوء النتائج التي يتمّ التوصل إليها، كما أنّها قد تمهد الطريق أمام الباحثين والدارسين من إجراء الدراسات المستقبلية في هذا المجال، والاستفادة من أداة الدراسة وإجراءاتها لتطبيقها في مجالات أخرى، وعلى عينات ومتغيرات أخرى.

محددات الدراسة

اقتصرت الدراسة الحالية على طلبة العلوم والهندسة المُسجلين في مادة تفاضل وتكامل(2) للفصل الفصل الصيفي من العام الدراسي 2016/2015، في جامعات إقليم جنوب الأردن، وعلى مفهوم المشتقة وعلى الفقرات الواردة في الاختبار الذي أعدّه الباحثان، لذا قد تتأثر نتائج الدراسة بمدى صدقه وثباته.

التعريفات الإجرائية:

♦ **مستوى الفهم المفاهيمي**: تمثل قدرة الطالب الجامعي على الإجابة عن الفقرات الواردة في اختبار الفهم المفاهيمي للمشتقة، وتقاس إجرائيًا من خلال المقياسين الكمي والنوعي المُكملين لبعضهما اللذين أُعدا لتصنيف الطلبة على أساسهما إلى ثلاثة مستويات (مرتفع، متوسط، منخفض).

♦ **المشتقة**: $y=f(x)$ إذا كان اقترانًا معرفًا على فترة مفتوحة تحتوي x_1

وكانت $\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x1)}{h}$ عندما تقترب h من الصفر موجودة فإن هذه النهاية تسمى المشتقة الأولى للاقتران $y=f(x)$ عند $x=x_1$، ويرمز لها بالرمز $f'(x)$:

أو $\frac{dy}{dx}$ عندما $x=x_1$، ويكون $f'(x)$ هو ميل المماس لمنحنى الاقتران $y=f(x)$ عند x_1. لكن في كثير من الأحيان نحتاج دراسة الاقتران عند أي نقطة في مجاله، أي دراسة المشتقة الأولى كاقتران في x، ولإيجاد هذا الاقتران نضع الرمز x بدلًا من الرمز x_1 في التعريف السابق للمشتقة لتصبح

$\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x1)}{h}$ عندما تقترب h من الصفر. (عرفة، عمايرة، صبح، الشرفات، جوهر، والخطيب، 2017).

الطريقة والإجراءات

منهج الدراسة

استخدم الباحثان المنهج الوصفي للكشف عن الفهم المفاهيمي للمشتقة لدى طلبة جامعات جنوب الأردن، وتحديد الصعوبات التي تواجههم أثناء حل مسائل على المشتقة؛ وذلك لمناسبة هذا المنهج لطبيعة الدراسة وأهدافها.

مجتمع الدراسة

تكوّن مجتمع الدراسة من جميع طلبة كليتي العلوم والهندسة في الجامعات الأردنية في جنوب الأردن (جامعة مؤتة، وجامعة الحسين، وجامعة الطفيلة التقنية) والبالغ عددهم(333) (124 من جامعة مؤته، و98 من جامعة الطفيلة التقنية، و 111من جامعة الحسين بن طلال)، والمُسجلين في الفصل الصيفي من العام الدراسي 2016/2015 في مساق التفاضل والتكامل (2).

عينة الدراسة

تكوّنت عينة الدراسة من (170) طالبًا وطالبةً تمّ اختيارهم بطريقة عنقودية، وذلك من خلال اختيار شعبه عشوائيًا من كل جامعة من الجامعات المشمولة بالدراسة ومُوزعين كما في الجدول (1):

الجدول (1)

أعداد الطلبة حسب متغيري الجنس والتخصص وفقًا لكل جامعة

الجامعة	عدد الطلبة		عدد الطلبة		العدد
	ذكور	إناث	هندسة	علوم	
مؤتة	39	23	38	24	62
الطفيلة	44	8	33	19	52
الحسين	30	26	21	35	56

أدوات الدراسة

أولًا: اختبار الفهم المفاهيمي للمشتقة

من أجل تحقيق أهداف الدراسة والإجابة عن أسئلتها، وبعد الاطّلاع على الأدب النظري والبحثي، وبعض الكتب المقررة لتدريس مساق التفاضل والتكامل(2) في الجامعات الأردنية مثل (Courant & Robbins, 1996; Kendal & Stacey, 2003; Orhun, 2013; Anton, Bivens & Davis, 2010)، تمّ إعداد اختبار مُكوّن من سبع فقرات، أربع منها تخص المجال الأول، وثلاث فقرات تخص المجال الثاني كما هو مُوضح في الجدول رقم (2)، حيث تضمن الاختبار مجالي الفهم المفاهيمي للمشتقة وهما: فهم المشتقة في سياق التمثيلات المتعددة (الرمزية، والبيانية، والعددية، والمادية)، ومن خلال إدراك العلاقات بينها وبين المفاهيم الأساسية المُرتبطة بها مثل ميل المماس وميل القاطع، ومعدل التغير، والنهاية.

الجدول (2)

توزيع فقرات اختبار الفهم المفاهيمي للمشتقة في صورته النهائية

المجال		الفقرة	أرقام الفقرات الفرعية
الأول فهم المشتقة في سياق التمثيلات:	الرمزية	الأولى	Q1, Q6, Q11a1, &Q11a2
	العددية	الثانية	Q2a, Q5, Q7,&Q13
	البيانية	الثالثة	Q4a, Q4b, Q11b1, Q11b2,&Q12
	المادية	الرابعة	Q3a, Q3b,&Q3c
الثاني إدراك العلاقات بين المشتقة والمفاهيم المُرتبطة بها مثل:	النهاية	الخامسة	Q2c & Q4c
	ميل المماس والقاطع	السادسة	Q2b &Q8
	معدل التغير	السابعة	Q9 & Q10

صدق الاختبار

صدق المُحكمين: تمّ عرض الاختبار في صورته الأولية مُلحق (أ) على مجموعة من المحكمين من أساتذة الجامعات المتخصصين في الرياضيات البحتة، ومناهج الرياضيات وأساليب تدريسها، في جامعتي اليرموك والطفيلة التقنية، والبالغ عددهم أحد عشر عضو هيئة تدريس الواردة أسمائهم في مُلحق (د)، وقدّموا آراءهم واقتراحاتهم حول مدى تمثيلها وملاءمتها للأغراض التي وضُعت من أجلها، فضلاً عن صوغها اللغوي، ودقتها العلمية، ومن ضمن المقترحات التي قدمها الخبراء: «عدد المسائل كبير، وبعضها صعب، وأن صوغ بعضها غير مناسب»، لذا تم حذف خمسة مسائل(فقرات)، وحذف الفروع المُكررة في الفقرات الأولى والثانية والرابعة والتي من المُتوقع أن تكون غير واضحة بالنسبة لبعض الطلبة، إلى أن تمّ اعتماد ثلاث عشرة فقرة، مع إعادة صوغ الفقرات الثانية والثالثة والرابعة بطريقة مختلفة حسب ما اقترح بعضهم لتصبح أكثر وضوحًا بالنسبة للطلبة ولتقيس الغرض الذي وُضعت من أجلها بشكل أفضل، بالإضافة إلى التأكد من الصوغ اللغوي لجميع المسائل (الفقرات)، وقد تمّ اعتماد نسبة اتفاق 80 % من المُحكمين في إعادة صوغ الفقرات، وقام الباحثان بإجراء التعديلات المُقترحة، وتمّ التوصل إلى صورة الاختبار النهائية كما في مُلحق (ب).

فعالية فقرات الاختبار: تمّ حساب معاملات تمييز وصعوبة فقرات اختبار الفهم المفاهيمي للمشتقة، بعد تطبيقه على عينة مكونة من (21) طالبًا وطالبةً من خارج عينة الدراسة، للتعرف إلى دلالة فاعلية فقرات الاختبار كمؤشر على الصدق الداخلي للاختبار، والجدول رقم (3) يظهر النتائج:

الجدول رقم (3)

معاملات تمييز وصعوبة فقرات الاختبار

فقرات الاختبار	معامل التمييز	معامل الصعوبة
Q1	0.33	0.80
Q2	0.44	0.68
Q3	0.66	0.65
Q4	0.53	0.69
Q5	0.60	0.47
Q6	0.33	0.55
Q7	0.46	0.46
Q8	0.66	0.77
Q9	0.53	0.46
Q10	0.66	0.63
Q11	0.33	0.44
Q12	0.53	0.66
Q13	0.60	0.49

ثبات الاختبار

حسب معامل ثبات اختبار الفهم المفاهيمي للمشتقة بطريقتي الاختبار وإعادة الاختبار وطريقة الاتّساق الداخلي، حيث تمّ تطبيقه على عينة بلغت من (21) طالبًا وطالبةً، أختيروا بصورة عشوائية من خارج عينة الدراسة، والجدول (4) يبين قيم معاملات الثبات بالطريقتين:

الجدول رقم (4)

معاملات الثبات لِكلا المجالين والكلي بالطريقتين

المجال/الطريقة	الاختبار وإعادة الاختبار	الاتّساق الداخلي(كرونباخ ألفا)
الأول	0.88	0.74
الثاني	0.87	0.65
الكلي	0.93	0.88

يتضح من الجدول(4) أنّ معاملات الثبات للمجالين الأول والثاني بطريقة الاختبار وإعادة الاختبار كانت (0.88، و0.87) على التوالي وللاختبار ككل (0.93)، وكانت معاملات الثبات بطريقة الاتّساق الداخلي(كرونباخ ألفا) لكلا المجالين (0.74)، و (0.65) على التوالي وللاختبار ككل 0.88، وتعتبر تلك المعاملات مقبولة وتفي لأغراض الدراسة.

تمّ حساب زمن الاختبار من خلال تطبيقه على عينة استطلاعية وحساب الزمن الذي استغرقه إجابة أول طالب أنهى وجمعه مع الزمن الذي استغرقه آخر طالب في الإجابة وحساب متوسط الزمنين وكان الزمن المناسب للاختبار ساعة ونصف.

ثانيًا: مقياس تحليل إجابات الطلبة على اختبار الفهم المفاهيمي للمشتقة

لتحديد مستوى الفهم المفاهيمي للمشتقة لدى الطلبة، أعدّ الباحثان مقياسًا نوعيًا (Rubric). وهو عبارة عن مصفوفة مكوّنة من بُعدين، يمثل بعدها الأول تصنيف مستوى فهم الطالب إلى: (مرتفع، متوسط، منخفض)، فيما يصف البُعد الثاني مجالين (فهم المشتقة في سياق التمثيلات المتعدّدة، وفهم المشتقة من خلال إدراك العلاقات بينها والمفاهيم المرتبطة بها). حيث تضّمنت المصفوفة مؤشرات أداء للمستويات الثلاثة وفقًا لطبيعة استجابة الطالب على فقرات الاختبار الفرعية كما هو موضح في الجدول (2).

بالإضافة إلى ذلك، أعد مقياسًا كميًا مكملًا للمقياس النّوعي، حيث تُعطى ثلاث علامات للإجابة التي تتوافق ومعايير المستوى المرتفع، وعلامتان للإجابة التي تتوافق ومعايير المستوى المتوسط، وعلامة للإجابة التي تتوافق ومعايير المستوى المنخفض، لكل فقرة فرعية من فقرات الاختبار. وقد صنف الطلبة إلى المستويات: (منخفض، ومتوسط، ومرتفع) وفقًا لإجاباتهم على الاختبار حسب المعيار الآتي:

المستوى	الدرجة
منخفض	1.67 - 1.00
متوسط	2. 35 – 1. 68
مرتفع	3.00 – 2. 36

ثبات تحليل البيانات

تمّ التحقق من ثبات تحليل إجابات عينة الدراسة على الاختبارين بطريقتين، وذلك على النحو الآتي:

أ. ثبات التحليل عبر الزمن: إذ قامت الباحثة الأولى بتحليل

إجابات الطلبة على الاختبار وفق إطاري التحليل السالفي الذكر، ثم إعادة التحليل لعينة من الإجابات مرة أخرى بعد مضي شهر من التحليل الأول، فوجدت توافقًا كبيرًا في تحليل البيانات بنسبة (0.89)، وذلك من خلال معادلة كوبر (Cooper).

ب. ثبات التحليل عبر الأشخاص: حيث قامت الباحثة الأولى وزميلة أخرى، دربت على التحليل وفق إطاري التحليل السابقين، بتحليل عينة من إجابات الطلبة باستقلالية وموضوعية، فكانت نسبة التوافق بين المحللتين (92.0)، وذلك من خلال معادلة كوبر.

إجراءات الدراسة

تمّ بناء اختبار الفهم المفاهيمي للمشتقة والتحقق من دلالات صدقه وثباته، وإعداد إطارات التحليل النوعي والكمي لتحليل إجابات الطلبة عن الاختبار. ثم تحديد مجتمع الدراسة من الطلبة الجامعيين في جامعات إقليم الجنوب، واختير عينة من (170) طالبًا وطالبةً من طلبة كليتي العلوم والهندسة بواقع شعبة واحدة من كل جامعة من الجامعات المشمولة بالدراسة. ثم الحصول على خطاب تسهيل مهمة من جامعة اليرموك، ومن ثم الحصول على كتب تسهيل من الجامعات المشمولة بالدراسة. ومن ثم قام الباحثان بتطبيق الاختبار على الطلبة، وتحليل إجاباتهم وفق إطاري التحليل السالفة الذكر، وإدخال البيانات إلى ذاكرة الحاسوب، وتحليلها باستخدام برنامج (SPSS) واستخراج النتائج وتفسيرها ومناقشتها.

المعالجة الإحصائية

للإجابة عن السؤال الأول، حللت إجابات الطلبة المكتوبة على اختبار الفهم المفاهيمي للمشتقة حسب المقياس الوارد في مُلحق (ج)، حيث تمّ منح ثلاث درجات للإجابة التي تتوافق في كل فقرة فرعية من فقرات الاختبار مع معايير المستوى المرتفع، ودرجتين للإجابة التي تتوافق مع معايير المستوى المتوسط، ودرجة للإجابة التي تتوافق مع معايير المستوى المنخفض، وتمّ استخراج أعداد الطلبة والنسب المئوية لكل فقرة فرعية تبعًا لكل تصنيف من التصنيفات الثلاثة (مرتفع، متوسط، منخفض)، وبعد ذلك تمّ استخراج المتوسطات الحسابية لكل فقرة فرعية وتصنيفها إلى مستويات، كما تمّ استخراج أعداد الطلبة والنسب المئوية لكل فقرة من فقرات المجالين الأول والثاني وللمجال الكلي، واستخراج المتوسطات الحسابية لكل فقرة من فقرات المجالين الأول والثاني وللمجال الكلي وتصنيفها إلى مستويات (مرتفع، متوسط، منخفض)، لاستخراج مستوى فهمهم المفاهيمي في كِلا المجالين، ومستوى فهمهم المفاهيمي الكلي للمشتقة.

للإجابة عن السؤال الثاني، حصرت فقرات الاختبار التي تجاوزت النسبة المئوية لاستجابات الطلبة والتي لم تحقق معيار الأداء المطلوب من كل فقرة بشكل كامل عليها أكثر من (60 %) واستخراج تكرارتها والنسب المئوية لها.

نتائج الدراسة ومناقشتها

النتائج المتعلقة بالسؤال الأول الذي نصّ على: (ما مستوى الفهم المفاهيمي لمفهوم المشتقة لدى طلبة جامعات جنوب الأردن؟).

للإجابة عن السؤال الأول، تمّ تحليل إجابات الطلبة المكتوبة على اختبار الفهم المفاهيمي للمشتقة حسب المقياس الوارد في مُلحق (ج)، واستخراج المتوسطات الحسابية لفقرات المجالين الأول والثاني وللمجال الكلي وتصنيفها إلى (مرتفع، متوسط، منخفض)، كما هو مُوضح في الجدول رقم (5)، لاستخراج مستوى فهمهم المفاهيمي في كِلا المجالين، ومستوى فهمهم المفاهيمي الكلي للمشتقة.

جدول رقم (5)

المتوسطات الحسابية لدرجات الطلبة على اختبار الفهم المفاهيمي للمشتقة ومجاليه مرتبة تنازليًا

المجال	الترتيب	الفقرات	المتوسط الحسابي	المستوى
فهم المشتقة في سياق التمثيلات المتعددة	1	التمثيل المادي	2.17	متوسط
	2	التمثيل البياني	1.82	متوسط
	3	التمثيل الرمزي	1.67	منخفض
	4	التمثيل العددي	1.51	منخفض
المجال الكلي			1.79	متوسط
فهم المشتقة من خلال إدراك العلاقات بين المشتقة والمفاهيم المرتبطة بها	1	ميل المماس والخط القاطع	1.88	منخفض
	2	معدل التغير	1.40	
	3	النهاية	1.24	منخفض
المجال الكلي			1.51	منخفض
الفهم المفاهيمي للمشتقة (الكلي)			1.65	منخفض

يبين الجدول (5) أنّ مستوى الفهم المفاهيمي للمشتقة لدى الطلبة بشكل عام كان منخفضًا، ومستوى فهم الطلبة للمشتقة في سياق التمثيلات المتعددة كان متوسطًا، ومستوى فهم الطلبة للمشتقة من خلال إدراكهم للعلاقات بينها وبين المفاهيم المُرتبطة بها كان منخفضًا، وقد يُعزى ذلك إلى تدني مستوى فهم الطلبة في سياقي التمثيلين الرمزي والعددي للمشتقة، أو إلى تدني مستوى فهم الطلبة للمشتقة من خلال إدراك العلاقات بينها وبين مفهومي معدل التغير والنهاية، وهذا يؤكد ما أشار إليه شاهين وينميز وإرباس (Sahin, Yenmez & Erbas, 2015) بأنّه دون إدراك العلاقات بين مفهوم المشتقة والمفاهيم المُرتبطة به لا يُمكن أن يُكوّن الطالب فهمًا مفاهيميًا كاملًا لمفهوم المشتقة، إضافة إلى وجود اختلافات جوهرية في فهمهم وإدراكهم لتلك المفاهيم. وتتفق تلك النتائج مع نتائج دراسات متعددة (Santos & Thomas, 2003; Hahkioni-emi, 2005; Firouzian, 2008; Huang, 2011; Park, 2012; Swa-nagan, 2012; Shahin, Yenmez & Erbas, 2015). وقد يعكس ذلك ما تعلمه الطالب نتيجة التعليم الذي صُمّم، حيث يُركّز على تعلّم الإجراءات دون فهم السبب وراء تطبيقها، ويركز على معرفة المفاهيم دون فهمها بشكل عميق وبروابط غنية (Schoenfeld, 1985; (NCTM, 2000.

كما تمّ حساب أعداد الطلبة والنسب المئوية والمتوسطات

الحسابية لإستجابات الطلبة عن الفقرات المُتعلقة بمجال فهم المشتقة في سياق التمثيلات المتعددة كما هو مُوضح في الجدول (6) وتصنيفها إلى إلى (مرتفع، متوسط، منخفض).

جدول (6)

المتوسطات الحسابية لاستجابات الطلبة عن الفقرات المتعلقة بمجال فهم المشتقة في سياق التمثيلات المتعددة مُرتبة تنازليًا

التمثيلات	رقم الفقرة	مرتفع		متوسط		منخفض		المتوسط الحسابي	المستوى
		العدد	النسبة	العدد	النسبة	العدد	النسبة		
التمثيل المادي	3a	68	40.0	71	41.8	31	18.2	2.22	متوسط
	3b	53	31.2	91	53.5	26	15.3	2.16	متوسط
	3c	62	36.5	68	40.0	40	23.5	2.13	متوسط
الفقرة الكلي		61	35.9	77	45.1	32	19.0	2.17	**متوسط**
التمثيل البياني	4a	121	71.2	20	11.7	29	17.1	2.54	مرتفع
	4b	92	54.1	5	2.9	73	43.0	2.11	متوسط
	12	9	5.3	117	68.8	44	25.9	1.79	متوسط
	11b1	33	19.4	5	2.9	132	77.7	1.42	منخفض
	11b2	9	5.3	21	12.4	140	82.3	1.23	منخفض
الفقرة الكلي		53	31.2	87	51.2	83	49.2	1.82	**متوسط**
التمثيل الرمزي	1	53	31.2	87	51.2	30	17.6	2.14	متوسط
	11a1	66	38.8	11	6.5	93	54.7	1.84	متوسط
	6	6	3.5	64	37.7	100	58.8	1.45	منخفض
	11a2	10	5.9	21	12.4	139	81.7	1.24	منخفض
الفقرة الكلي		34	19.9	46	26.9	90	53.2	1.67	**منخفض**
التمثيل العددي	2a	57	33.5	48	28.2	65	38.3	1.95	متوسط
	5	38	22.4	28	16.4	104	61.2	1.61	منخفض
	13	18	10.6	15	8.8	137	80.6	1.30	منخفض
	7	11	6.5	9	5.3	150	88.2	1.18	منخفض
الفقرة الكلي		31	18.2	25	14.7	114	67.1	1.51	**منخفض**
البعد الكلي		45	26.3	45	26.6	80	47.1	1.79	**متوسط**

يبين الجدول (6) أنّ مستوى فهم الطلبة للمشتقة في سياق التمثيلات المتعددة بشكل عام، وفي السياقين المادي والبياني كان متوسطًا، وأنّ مستوى فهمهم للمشتقة في السياقين الرمزي والعددي كان منخفضًا، وقد يُعزى ذلك إلى وجود اختلافات نوعية في فهم الطلبة لمفهوم المشتقة في سياق التمثيلات المتعددة وتتفق هذه النتيجة مع نتائج دراسة سانتوس وثوماس (Santos & Thomas, 2003).

ويتضح أنّ مستوى فهم الطلبة للمشتقة في سياق التمثيل المادي كان متوسطًا، وقد يُعزى ذلك إلى صوغ الفقرة الثالثة بطريقة معكوسة وغير مألوفة لدى الطلبة وذلك عن طريق إعطاء الطلبة الاقتران $f(t)$ الذي يمثل المسافة بالأمتار بالنسبة للزمن بالدقائق ليصف بالكلمات ما تعنيه كلًا من $\frac{f(2)-f(1)}{2-1}$، $f(3)$، $f'(t)$ وعلى التوالي بالنسبة للمعلومات الواردة في الفقرة، ويظهر هنا عدم تمييز (60 %)، و(70 %)، و(64 %) من الطلبة لمفهوم السرعة المتوسطة والسرعة اللحظية والسرعة عند أي نقطة وإلى العلاقة بينهم وبين مفهوم المشتقة، و تتفق تلك النتائج مع نتائج دراستي (Orhun, 2013; Park, 2012).

ويتضح أنّ مستوى فهم الطلبة للمشتقة في سياق التمثيل البياني كان متوسطًا، وقد يُعزى ذلك إلى تفضيل حوالي (70 %) و (54 %) من الطلبة لإيجاد مقدار التغير لـ x و y ولميل الخط القاطع على التوالي من خلال تمثيل بياني مُعطى في الفقرتين (4a & 4b)، وتتفق هذه النتيجة مع نتائج دراسة روردا

وفوس وجيودار (Roorda, Vos & Goedhart, 2010) التي أشارت إلى أنّ ثلثي الطلبة فضّلوا التمثيل البياني في المهمات والشروحات حول المشتقة، وتتعارض هذه النتيائج مع نتائج الدراسة الحالية عند تحليل الفقرة (12) التي أظهرت صعوبة (94.7 %) من الطلبة في تمثيل المشتقة بيانيًا عند نقطة معينة على الرغم من أنّ (68.8 %) منهم أوجدوا قيمة $f'(o)$ بشكل صحيح لكنهم لم يمثلوها بيانيًا أو مثلوها بشكل خاطئ، واتفقت تلك النتائج مع نتائج دراسة (Orhun, 2013). ويتضح أنّ مستوى فهم الطلبة في الفقرتين (11b2 &11b1) كان منخفضًا، وقد يُعزى ذلك إلى عدم مقدرة (80 %)، و (94%) من الطلبة على تمثيل المشتقة بيانيًا عندما تساوي الصفر أو قيمة غير معرّفة بشكل عام على التوالي، أو إلى خلطهم بين الحالتين، ونذكر أنّ (2.9%) و (12.4%) من الطلبة قدّموا حالات خاصة عند الإجابة عن تلك الفقرتين.

ويتضح أنّ مستوى فهم الطلبة للمشتقة في سياق التمثيل الرمزي بشكل عام كان منخفضًا، ويمكن تفسير ذلك في ضوء أداء الطلبة على الفقرات (1، 6، 11a2 & 11a1) إلى عدم ألفتهم بصوغ الفقرات، أو إلى عدم اعتيادهم على استخدام الكلمات وتقديم شروحات للتعبير عن الرموز الواردة في الفقرات المعنيّة، واعتيادهم على استخدام الرموز أكثر من الكلمات للتعبير عن الرموز الرياضية، حتى أنّ حوالي (50 %) منهم استخدم الكلمات والرموز معًا في الفقرة (1) مع أنّ الغرض منها هو التعبير بالكلمات فقط، ويتضح عدم مقدرة حوالي (60 %) من الطلبة على التعبير بالكلمات عن المشتقة عندما تساوي صفر في الفقرة (11a1)، وعدم مقدرة حوالي (96 %) من الطلبة على التعبير بالكلمات عن المشتقة عندما تساوي عدد ثابت لا يساوي الصفر عند نقطة معينة في الفقرة(6)، وعدم مقدرة حوالي (94 %) من الطلبة على التعبير بالكلمات عن المشتقة عندما تساوي قيمة معرفة في الفقرة (11a1).

ويتضح أنّ مستوى فهم الطلبة للمشتقة في سياق التمثيل للعددي كان منخفضًا، وتختلف تلك النتائج مع نتائج دراسة (Orhun, 2013)، وقد يُعزى ذلك إلى عدم تقيد الطلبة بالمعطيات الواردة في الفقرة (2a)، ولم يستفيدوا منها لإيجاد المطلوب، بل أجابوا حسب ما يحفظونه، أو إلى اعتقادهم أنّ المقدار الذي يمثل قسمة الفرق في الفقرة (5) ينقصه رمز النهاية فأضافوه واعتبروه على أنّه المشتقة الأولى للاقتران $f(x)$، وهذا يدل على عدم إدراك الطلبة لأهمية النهاية ودورها وتتفق تلك النتائج مع نتائج دراسة (Park, 2012). ويتضح أنّ مستوى فهم الطلبة للفقرتين السابعة، والثالثة عشرة كان منخفضًا، وأنّ (88.2 %) و (80.6 %) منهم لم يتمكنوا من إيجاد مشتقة الاقتران عند نقطة معينة أو بشكل عام التعريف العام للمشتقة على التوالي. وقد يُعزى ذلك إلى تفضيل الطلبة لاستخدام قواعد الاشتقاق مباشرة، وذلك لسهولة تطبيقها، أو لعدم قدرتهم على تذكر تعريف المشتقة، أو الخوف من مواجهة صعوبة في التطبيق على التعريف العام للمشتقة (Park, 2012)، والذي يعدّه سالازار (Salazar, 2011) مصدرًا من مصادر الصعوبات التي يواجهها الطلبة أثناء حل مسائل على المشتقة، ونذكر أنّ (4.7 %)، (5.9%) من الطلبة طبقوا الخطوة الأولى في حل الفقرتين بشكل صحيح ولكنهم لم يكملوا الحل على التوالي، و (0.6 %)، (2.9 %) من الطلبة حلوا الفقرتين بشكل صحيح لكنهم أوجدوا الجواب بشكل خاطئ على التوالي، ويبدو ضعف الطلبة هنا في التعويض واتفقت هذه النتيجة مع دراسة (Swanagan, 2012).

كما تمّ حساب أعداد الطلبة والنسب المئوية والمتوسطات الحسابية لإستجابات الطلبة عن الفقرات المُتعلقة بمجال فهم المشتقة من خلال إدراك العلاقات بينها وبين المفاهيم المُرتبطة بها كما هو مُوضح في الجدول (7):

جدول (7)

المتوسطات الحسابية لاستجابات الطلبة عن الفقرات المُتعلقة بمجال فهم المشتقة من خلال إدراك العلاقات بينها وبين المفاهيم المُرتبطة بها مرتبة تنازليًا

الفقرة	رقم الفقرة	مرتفع		متوسط		منخفض		المتوسط	المستوى
		العدد	النسبة	العدد	النسبة	العدد	النسبة	الحسابي	
ميل المماس والخط القاطع	8	64	37.6	21	12.4	85	50.0	1.88	متوسط
	2b	72	42.4	4	2.4	94	55.2	1.87	متوسط
الفقرة الكلي		68	40.0	12	7.4	90	52.6	1.88	متوسط
معدل التغير	9	41	24.1	17	10.0	112	65.9	1.58	منخفض
	10	19	11.2			151	88.8	1.22	منخفض
الفقرة الكلي		30	17.6	9	5.0	131	77.4	1.40	منخفض
النهاية	4c	22	12.9	3	1.8	145	85.3	1.28	منخفض
	2c	15	8.8	2	1.2	153	90.0	1.19	منخفض
الفقرة الكلي		18	10.8	3	1.5	149	87.7	1.24	منخفض
البعد الكلي		39	22.8	8	4.6	123	72.6	1.51	منخفض

يبين الجدول (7) أنّ مستوى فهم الطلبة للمشتقة من خلال إدراك الطلبة للعلاقات بينها وبين المفاهيم المُرتبطة بها كان منخفضًا. وقد يُعزى ذلك إلى تدني مستوى إدراك الطلبة للعلاقة بين المشتقة وكلًا من معدل التغير والنهاية. ويتضح أنّ إدراك الطلبة

للعلاقة بين المشتقة وميل المماس عند نقطة معينة في الفقرة (8)، وبين معدل التغير وميل الخط القاطع في الفقرة (2b) كان متوسطًا، وقد يُعزى ذلك إلى عدم قدرة (62 %)، و (58%) من الطلبة على إدراك العلاقة بينهما على التوالي. ويتضح أنّ إدراك الطلبة للعلاقة بين المشتقة وبين كلًا من معدل التغير اللحظي ومعدل التغير في الفقرتين (9 و 10) كان منخفضًا، وقد يُعزى ذلك إلى عدم قدرة (76 %)، و (89%) من الطلبة على إدراك العلاقة بينهما على التوالي. ويتضح حوالي (85 %) من الطلبة لم يتمكنوا من إدراك العلاقة بين المشتقة والنهاية في الفقرة (4c)، وقد يُعزى ذلك إلى عدم قدرتهم على التعبير عن ميل خط المماس عند نقطة معينة أو عن المشتقة عند تلك النقطة باستخدام النهاية، أو لعدم إدراكهم لأهمية النهاية ودورها في استنتاج التعبير الذي يمثل المشتقة عند نقطة من خلال تمثيل بياني مُعطى وبما يسمى الـ (Limiting Process)، ويتضح أنّ حوالي (90 %) من الطلبة لم يتمكنوا من إدراك العلاقة بين المشتقة والنهاية في الفقرة (2c)، وقد يُعزى ذلك إلى عدم إدراكهم لدور النهاية وربطها بمعدل التغير، أو بميل الخط القاطع عندما h تؤول إلى الصفر والتوصل إلى صيغة المشتقة الأولى للاقتران عند نقطة معينة مثل x_0، أو لصعوبة فهمهم للمشتقة كنهاية قسمة الفرق، وتتفق تلك النتيجة مع نتائج دراسة هاكيومي (Hahkioniemi, 2005). وتتفق النتائج السابقة مع نتائج دراسات (Juter, 2010; Park, 2012; Orhun, 2013; Sahin, Yenmez & Erbas, 2015) التي أشارت أنه بدون إدراك للعلاقات بين مفهوم المشتقة والمفاهيم المرتبطة بها لن يكّون الطالب فهمًا كاملًا لها، وأنّ وجود عدد كبير من الروابط الخطأ التي تضلل الطلبة ليعتقدوا بأنّهم يدركون المفاهيم.

◄ **النتائج المتعلقة بالسؤال الثاني الذي نصَّ على: (ما الصعوبات التي تواجه طلبة جامعات جنوب الأردن أثناء حلّ مسائل على المشتقة؟)**.

للإجابة عن السؤال الثاني، تمّ حصر فقرات الاختبار التي تجاوزت النسبة المئوية لاستجابات الطلبة والتي لم تحقق معيار الأداء المطلوب من كل فقرة بشكل كامل عليها أكثر من (60 %)، وترتيبها تنازليًا وفقًا لنسبها المئوية، وذلك كما في الجدول (8).

جدول (8)

النسب المئوية لاستجابات الطلبة عن الفقرات الواردة في اختبار الفهم المفاهيمي والتي تُمثّل الصعوبات مُرتبة تنازليًا

الرقم	معيار الأداء	الفقرة	العدد	النسبة
1	تمثيل المشتقة الأولى لاقتران ما عند نقطة معينة عندما تساوي قيمة ثابتة بيانيًا	12	161	94.7
2	تمثيل المشتقة الأولى لاقتران ما عندما تساوي قيمة غير معرّفة بيانيًا	11b2	161	94.7
3	تمثيل المشتقة الأولى لاقتران ما عندما تساوي قيمة غير معرّفة رمزيًا	11a2	160	94.1
4	إيجاد مشتقة اقتران ما عند نقطة معينة باستخدام تعريف المشتقة	7	150	93.5
5	التوصل إلى صيغة المشتقة الأولى عند نقطة معينة عدديًا	2c	155	91.2
6	إيجاد مشتقة اقتران ما باستخدام تعريف المشتقة	13	137	89.4
7	إدراك العلاقة بين معدل التغير وميل خط المماس عند نقطة معينة	10	151	88.8
8	التوصل إلى صيغة المشتقة الأولى عند نقطة معينة من خلال تمثيل بياني مُعطى	4c	148	87.1
9	تمثيل المشتقة الأولى لاقتران ما عندما تساوي صفرًا بيانيًا	11b1	137	80.6
10	إدراك العلاقة بين المشتقة الأولى لاقتران ما ومعدل التغير اللحظي	9	112	75.9
11	تقديم تطبيق فيزيائي على المشتقة الأولى لاقتران ما عند نقطة معينة	3b	102	68.8
12	تقديم تطبيق فيزيائي على المشتقة الأولى لاقتران ما	3c	108	63.5
13	تمثيل المشتقة الأولى لاقتران ما عندما تساوي صفرًا رمزيًا	11a1	104	61.2
14	تقديم تطبيق فيزيائي على متوسط معدل التغير	3a	117	60.0

يبين الجدول (8) أنّ أبرز الصعوبات التي واجهت الطلبة، والتي تجاوزت نسبة الاستجابات التي لم تحقق معيار الأداء المطلوب من الفقرات عليها (85 %) تمثلت في: تمثيل المشتقة الأولى لاقتران ما عند نقطة معينة عندما تساوي قيمة ثابتة بيانيًا، وكذلك في تمثيلها عندما تساوي قيمة غير معرّفة بيانيًا ورمزيًا، وكيفية التوصل إلى صيغة المشتقة الأولى عند نقطة معينة عدديًا وبيانيًا، وفي إيجاد مشتقة الاقتران عند نقطة معلومة باستخدام تعريف المشتقة، وإدراك العلاقة بين معدل التغير في الاقتران وميل خط المماس لمنحنى الاقتران عند نقطة معينة. مما يُشير إلى تدني مستوى فهم الطلبة للمشتقة ليس في سياق التمثيلات المتعددة حسب، بل وفي إدراك العلاقة بين المشتقة والمفاهيم المُرتبطة بها. واتفقت هذه النتائج مع نتائج دراسات (Santos & Thomas, 2003; Hahkioniemi, 2005; Teuscher & Reys, 2010; Salazar, 2011; Park, 2012; Orhun, 2013) التي أشارت إلى أنّ مصادر الصعوبات التي تواجه الطلبة في المشتقة تكمن في صعوبة فهم المشتقة مفاهيميًا، أي في فهم التمثيلات المتعدّدة للمشتقة، وفي إدراك العلاقات بين المشتقة والمفاهيم المرتبطة بها (Juter, 2010; Sahin, Yenmez & Erbas, 2015)، أو إلى تفضيل الطلبة لتمثيل

أكثر من الآخر (Asiala, Cottrill, Dubinsky & Schwingendorf, 1997; Roorda, Vos & Goedhart, 2010; Hashemi, Abu Kashef & Rahimi, 2014)، أو إلى عدم القدرة على الربط بين التمثيلات المتعددة للمشتقة واستخدامها في حل مسائل عليها (Firouzian, 2008; Huang, 2011; Swanagan,2012).

التوصيات

استنادًا إلى نتائج الدراسة، يوصى بما يأتي:

1. التركيز على الفهم المفاهيمي للمفاهيم الرياضية، وعلى أهمية إدراك العلاقات واستنتاجها بين المفهوم والمفاهيم المُرتبطة به، واستخدام التمثيلات المتعدّدة والمتوازية للمفهوم وربطها عند تدريس المفاهيم الرياضية.

2. صوغ المسائل بطريقة تُبرز مقدرة الطالب على تقديم تمثيلات مادية متنوعة سواء فيزيائية، أم هندسية، أم غيرها للمفاهيم الرياضية بشكل عام ولمفهوم المشتقة بشكل خاص، وتبرز مقدرتهم على التعبير عن الرموز المرتبطة بالمفاهيم الرياضية بلغة سليمة وواضحة ودقيقة.

3. تنظيم دورات تدريبية لتطوير أعضاء الهيئة التدريسية مهنيًا قبل وأثناء الخدمة، وتعريفهم بأهمية الفهم المفاهيمي كهدف رئيس في تعليم الرياضيات.

4. إجراء المزيد من الدراسات التي تبحث في الفهم المفاهيمي للمشتقة وللصعوبات التي تواجههم أثناء حلّهم لمسائلٍ عليها، بحيث تشمل عينات أخرى كطلبة المرحلة الثانوية، أو تشمل طلبة جامعات أخرى، وعلاقتها ببعض المتغيرات الديموغرافية.

المصادر والمراجع

أولا-المراجع العربية:

1. بو زينة، فريد.(2003). مناهج الرياضيات المدرسية وتدريسها ط2. عمان: مكتبة الفلاح.
2. الطراونه، عوض.(2016). معتقدات معلمي الرياضيات وعلاقتها بمعرفتهم البيداغوجية وممارساتهم التدريسية. (أطروحة دكتوراة غير منشورة)، جامعة اليرموك، اربد، الأردن.
3. عرفة، عمايرة، صبح، الشرفات، جوهر، والخطيب.(2017). الرياضيات: المستويان الثالث والرابع، المرحلة الثانوية، الفرع العلمي. عمان: وزارة التربية والتعليم، إدارة المناهج والكتب المدرسية.

ثانيًا-المراجع الأجنبية:

1. *Abbey, K. (2008). Students' understanding of deriving properties of a function's graph from the sign chart of the first derivative. Unpublished master thesis, The University of Maine.*
2. *Anton, H., Bivens, I. & Davis, S. (2010). Calculus .10th Ed. NY: Johns Wiley & sons.*
3. *3-Asiala, M., Cottrill, J., Dubinsky, E., Schaingendorf, K. (2001). The development of students' graphical understanding of the derivative. National Science Foundation Grant No. USE 90-53432.*
4. *Asiala, M., Cottrill, J., Dubinsky, E., & Schwingendorf, K. (1997). The development of students' graphical understanding of the derivative. Journal of Mathematical Behavior, 16(4): 399-431.*
5. *Balka, A., Hull, J. & Miles, H. (2015). What is conceptual understanding?. Retrieved on Sep. 21, 2015 from: http://www.mathleadership.com/sitebuildercontent/sitebuilderfiles/conceptualUnderstanding.pdf.*
6. *Bezuidenhout, J. (1998). First-year university students' understanding of rate of change. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 29, 389– 399.*
7. *Courant, R. & Robbins, H. (1996). What is Mathematics?: An elementary approach to ideas and method. 2nd Ed. New York: Oxford University Press.*
8. *Dreyfus, T. (1991). Advanced mathematical thinking process. in D. Tall (Ed.), Advanced mathematical thinking, (pp. 25-40). London: Kluwer Academic Publishers.*
9. *Firouzian, S. (2008). Students' way of thinking about derivative and its correlation to their ways of solving applied problems. The Maine Center for Research in STEM Education, University of Maine-Orono.*
10. *Hahkioniemi, M. (2005). Is there a limit in the derivative? -Exploring students' understanding of limit of the difference quotient. Retrieved January 20, 2009 from http://cerme4.crm.es/Papers%20definitius/14/Haikionemi.pdf.*
11. *Hashemi, N., Abu, M., Kashef, H. & Rahimi, K., (2014). Undergraduate Students' Difficulties in Conceptual Understanding of Derivation, Procedia - Social and Behavioral Sciences 143: 358 – 366.*
12. *Huang, C. (2011). Engineering students' conceptual understanding of the derivative in calculus. World Transactions on Engineering and Technology Education, 9(4), 209-214.*
13. *Juter, K. (2010). University students linking limits, derivative, integrals and continuity. Nordic Studies in Mathematics Education 14(4), 65-87.*
14. *Kendal, M. & Stacey, K. (2003), Tracing learning of three representations with the differentiation competency framework, Mathematics Education Research Journal, 15(1): 22-41.*
15. *National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: Author.*
16. *Orhun, N. (2013). Assessing conceptual understanding in mathematics: Using derivative function to solve connected problems, Turkish Online Journal of Distance Education-TOJDE July 2013 ISSN 1302-6488 Volume: 14 Number: 3 Article 9*
17. *Park, J. (2012). Students' Understanding of the Derivative - Literature Review of English and Korean Publications -, Journal o f the Korean School Mathematics Society Volume 15, Number 2, 331-348, June 2012*
18. *Roorda, G., Vos, P. & Goedhart, M. (2010). Derivatives and applications: Development of one student' understanding. Proceedings of CERME 6, January 28th-February 1st 2009, Lyon France. Working group 12. Available at: http://www .inrp.fr/editions/cerme6.*
19. *Sahin, Z., Yenmez, A. & Erbas, A. (2015). Relational understanding of the derivative concept through mathematical modeling: A case study. EURASIA Journal of Mathematics, Science & Technology Education, 11(1), 177-188.*
20. *Salazar, M. (2011). Meaning the derivative in a modeling*

context to help understanding. Journal of Mathematics Modeling and Application, 1(4), 20-32.

21. *Santos A. & Thomas, M. (2003). Representational ability and understanding of derivative. In N. Pateman, B. Dougherty & J. Zilliox (Eds.), Proceedings of the 27th Conference of PME, 2, 325-332). Honolulu: University of Hawaii.*

22. *Schoenfield, A. (1985). Mathematical problem solving. Orlando, FL: Academic Press.*

23. *Skemp, R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. Mathematics Teaching, 77(1), 20–26.*

24. *Swanagan, B. (2012). The impact of students' understanding of d**erivatives on their performance while solving optimization problems. Unpublished doctoral dissertation, The University of Georgia.*

25. *Tall, D. (1997). Function and calculus. In A. Bishop et al (Eds.), International Handbook of Mathematics Education, (289-325). Dordrecht, the Netherlands: Kluwer.*

26. *Tall, D. (Ed.). (1994). Advanced mathematical thinking. London: Kluwer Academic Publishers.*

27. *Tall, D. & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. Educational Studies in Mathematics, 12(2),151-169.*

28. *Teuscher, D. & Reys, R. (2010), Slope, rate of change, and steepness: Do students understand these concepts?. The National Council of Teachers of Mathematics, 103(7). Mathematics Teacher. All rights reserved .www.nctm.org.*

29. *Van de Walle, J. (1994). Developing understanding in mathematics. New York: Longman.*

30. *Zandieh, M. (2000). A theoretical framework for analyzing student understanding of the concept of derivative. CBMS Issues in Mathematics Education, 8(1), 103–122.*