بسم الله الرحمن الرحيم

الوحدة السابعة: النسب المثلثية

الدرس الأول: جيب الزاوية الحادة

أهداف الدرس:

١- أن يحسب الطالب جيب زاوية حادة في مثلث قائم الزاوية.
٢- أن يحسب الطالب قياس الزاوية إذا عُلِم جيبها.
٣- أن يحل الطالب مسائل عملية على الجيب.

الزمن: حصتان دراسيتان مدة كل حصة (٤٠) دقيقة.

الحصة الأولى (٢/١)

التوزيع المقترح لوقت الحصة: التمهيد (٦ دقائق)، المهمة الأولى (١٢ دقيقة)، المهمة الثانية (١٠ دقائق)، التقويم (٨ دقائق)، الملخص والواجب البيتي (٤ دقائق).

التمهيد:

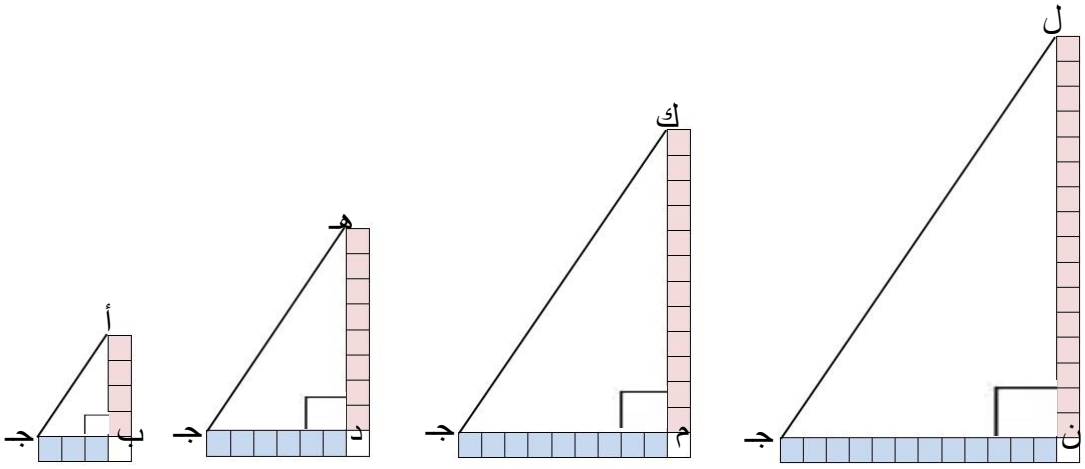
الترحيب بالطلبة ثم عرض المتطلبات القبلية للدرس في صورة تدريس جمعي من خلال طرح مجموعة من الأسئلة المباشرة على الطلبة مثل:

- ما أنواع الزوايا؟
- كم قياس الزاوية الحادة، القائمة، المنفرجة، المستقيمة؟
- ما هي أنواع المثلثات من حيث قياس زواياه؟
- ماذا نسمي الضلع المقابل للزاوية القائمة؟
- ما هي النظرية التي لها علاقة بالمثلث قائم الزاوية؟
- ما هو نص نظرية فيثاغورس؟
- ما هو المثلث الثلاثيني الستيني؟
- ما العلاقة بين طول الضلع المقابل للزاوية 30° وطول الوتر في المثلث الثلاثيني الستيني؟

تطبيق النموذج بمراحله الثلاث:

١- **المهام (Tasks):** حيث يتم تقديم المهمة الأولى للطلبة من خلال عرضها عليهم بصورة جماعية باستخدام جهاز العرض (الداتاشو).

استخدم أحمد مكعبات الليجو لصنع أربع زوايا قائمة، ثم ربط ضلعي القائمة بخيط فحصل على أربعة مثلثات قائمة الزاوية كما في الأشكال الآتية.



إذا علمت أن طول ضلع مكعب الليجو وحدة واحدة فساعد أحمد على إيجاد الآتي:

١. طول الخيط في المثلثات الأربعة.
٢. النسبة بين طول الضلع المقابل للزاوية جـ وطول الوتر في المثلثات الأربعة.

بعد التأكد من فهم الطلبة للمهمة والمطلوب يتم الانتقال للمرحلة التالية.

٢- **المجموعات المتعاونة** (Cooperative groups): حيث يعمل الطلبة في مجموعات تم تحديدها مسبقا لإنجاز المهمة السابقة من خلال التفكير في المهمة المعطاة بالطريقة التي يرونها مناسبة للوصول إلى الحل، مستخدمين خطوات حل المشكلة المتمثلة بالخطوات الأربع الآتية: فهم المشكلة، التخطيط للحل، تنفيذ الحل، والتأكد من صحة الحل، وتقوم كل مجموعة بتدوين الحلول التي توصلت إليها. مع مراعاة أن يقوم المعلم أثناء عمل المجموعات بالمراقبة والتجوال فيما بينها ومحاورة الطلبة دون أن يعطيهم الإجابات الصحيحة، كما يعمل على تشجيعهم على التفكير والحوار، ويمكن أن يقوم بإعطاء بعض التلميحات إذا وجد أن هناك بعض المجموعات التي لا تستطيع إكمال المهمة.

٣- **المشاركة** (Sharing): بعد انتهاء الوقت المخصص لمرحلة المجموعات المتعاونة، يتم العمل ضمن فريق واحد من خلال عرض المجموعات المتعاونة للحلول والأفكار التي توصلت إليها ومناقشتها مع باقي المجموعات

لتعميق الفهم، ويتولى المعلم إدارة النقاش بين الطلبة وتقويم ما يتم التوصل إليه، والعمل في النهاية على تلخيص الإجابات والأفكار والحلول السليمة وتقديمها للطلبة بشكل مناسب مثل:

فهم المشكلة: كل شكل يمثل مثلثا قائم الزاوية، طول ضلع مكعب الليجو وحدة واحدة، المطلوب إيجاد النسبة بين طول الضلع المقابل للزاوية جـ وطول الوتر في المثلثات الأربعة.

التخطيط للحل: الخيط يمثل الوتر في المثلث، الضلع الرأسي للقائمة يمثل الضلع المقابل للزاوية جـ في كل المثلثات، يمكن استخدام نظرية فيثاغورس لإيجاد طول الخيط، وحساب طول الضلع المقابل في كل مثلث، ومن ثم إيجاد النسبة المطلوبة.

تنفيذ الحل:

١- باستخدام نظرية فيثاغورس نجد أن

- طول الخيط في المثلث أ ب جـ = طول الوتر = ٥ وحدات
- طول الخيط في المثلث هـ د جـ = طول الوتر = ١٠ وحدات
- طول الخيط في المثلث ك م جـ = طول الوتر = ١٥ وحدة
- طول الخيط في المثلث ل ن جـ = طول الوتر = ٢٠ وحدة

٢- النسبة بين طول الضلع المقابل للزاوية جـ وطول الوتر في المثلثات الأربعة يمكن تلخيصها بالجدول الآتي:

المثلث	طول المقابل (بالوحدة)	طول الوتر (بالوحدة)	$\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$
أ ب جـ	٤	٥	$\frac{٤}{٥}$
هـ د جـ	٨	١٠	$\frac{٨}{١٠}$
ك م جـ	١٢	١٥	$\frac{١٢}{١٥}$
ل ن جـ	١٦	٢٠	$\frac{١٦}{٢٠}$

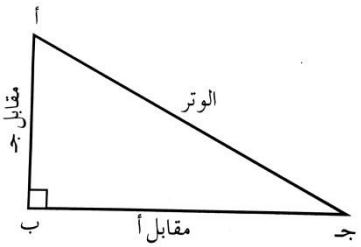
التأكد من صحة الحل: هل أوجدنا كل المطلوب؟ هل القاعدة التي استخدمناها صحيحة؟ هل كل خطوات الحل صحيحة؟ هل الحسابات التي قمنا بها صحيحة؟ هل يبدو الجواب منطقيا؟

ليصل معهم إلى أن النسبة $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ هي نسبة ثابتة وتمثل نسبة طول الضلع المقابل للزاوية جـ إلى طول الوتر في المثلث قائم الزاوية، وتسمى هذه النسبة جيب الزاوية الحادة جـ ويرمز لها بالرمز (جا جـ) وبالإنجليزية (Sine) واختصارا (sin).

ويعرض المعلم بعدها مثلثا قائم الزاوية ويعين عليه الرؤوس (أ ب جـ) ويجد الطلبة جا أ، جا جـ

$$\text{جا أ} = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية أ}}{\text{طول الوتر}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{أ جـ}}$$

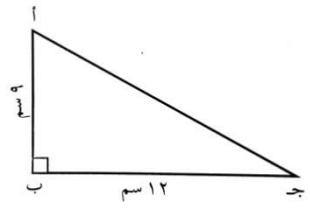
$$\text{جا جـ} = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية جـ}}{\text{طول الوتر}} = \frac{\text{أ ب}}{\text{أ جـ}}$$



بعد ذلك **نطبق النموذج** بمراحله الثلاث على المهمة التالية:

١. **المهام** (Tasks): حيث يتم تقديم المهمة الثانية للطلبة من خلال عرضها عليهم بصورة جماعية باستخدام جهاز العرض (الداتاشو).

نظمت المدرسة بطولة لكرة القدم للطلبة المتميزين مكافأة لهم، وفرضت اللجنة المنظمة على أعضاء الفريق الحصول على مجموع (٥٠) نقطة فأكثر للمشاركة في البطولة، وإلا فعلى الفريق القيام بحل مشكلة يختارها عشوائيا من صندوق المشكلات للحصول على (١٠) نقاط إضافية. عندما قام فريقكم بجمع نقاطه كانت (٤٥) نقطة فاضطررتم للقيام باختيار مشكلة لتقوموا بحلها، وعند سحبكم للورقة وجدتم المشكلة الآتية:



في الشكل المجاور، أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب، فيه أ ب = ٩ سم،

ب جـ = ١٢ سم، جد كلا مما يأتي:

١- أ جـ

٢- جا أ

٣- جا جـ

٤- جا^{٢} أ + جا^{٢} جـ

فهل ستستطيعون المشاركة في البطولة؟

بعد التأكد من فهم الطلبة للمهمة والمطلوب يتم الانتقال للمرحلة التالية.

٢. **المجموعات المتعاونة** (Cooperative groups): حيث يعمل الطلبة في مجموعات تم تحديدها مسبقا لإنجاز المهمة السابقة من خلال التفكير في الطريقة المناسبة لإيجاد المطلوب، مستخدمين خطوات حل المشكلة المتمثلة بالخطوات الأربع الآتية: فهم المشكلة، التخطيط للحل، تنفيذ الحل، والتأكد من صحة الحل، وتقوم كل مجموعة بتدوين الحلول التي توصلت إليها. مع مراعاة أن يقوم المعلم أثناء عمل المجموعات بالمراقبة والتجوال فيما بينها ومحاورة الطلبة دون أن يعطيهم الإجابات الصحيحة، كما يعمل على تشجيعهم على التفكير والحوار، ويمكن أن يقوم بإعطاء بعض التلميحات إذا وجد أن هناك بعض المجموعات التي لا تستطيع إكمال المهمة.

٣. المشاركة (Sharing): بعد انتهاء الوقت المخصص لمرحلة المجموعات المتعاونة، يتم العمل ضمن فريق واحد من خلال عرض المجموعات المتعاونة للحلول والأفكار التي توصلت إليها ومناقشتها مع باقي المجموعات لتعميق الفهم، ويتولى المعلم إدارة النقاش بين الطلبة وتقويم ما يتم التوصل إليه، والعمل في النهاية على تلخيص الإجابات والأفكار والحلول السليمة وتقديمها للطلبة بشكل مناسب مثل:

فهم المشكلة: الشكل يمثل مثلثا قائم الزاوية، طول الضلع أ ب = ٩ سم، طول الضلع ب جـ = ١٢ سم، المطلوب طول الوتر وقيمة الجيب للزاويتين ومجموع مربعي قيمتي الجيب للزاويتين.

التخطيط للحل: يمكن استخدام نظرية فيثاغورس لإيجاد طول الوتر أ ج، وتطبيق قانون الجيب لإيجاد جا أ و جا جـ، ثم إيجاد مجموع مربعي قيمتي الجيب للزاويتين.

تنفيذ الحل:

١. من الشكل المعطى ووفق نظرية فيثاغورس

$(\text{أ جـ})^{٢} = (\text{أ ب})^{٢} + (\text{ب جـ})^{٢} = ٩^{٢} + ١٢^{٢} = ٨١ + ١٤٤ = ٢٢٥$

إذا طول الوتر أ جـ = $\sqrt{٢٢٥}$ = ١٥ سم

٢. $\text{جا أ} = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية أ}}{\text{طول الوتر}} = \frac{١٢}{١٥}$

٣. $\text{جا جـ} = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية جـ}}{\text{طول الوتر}} = \frac{٩}{١٥}$

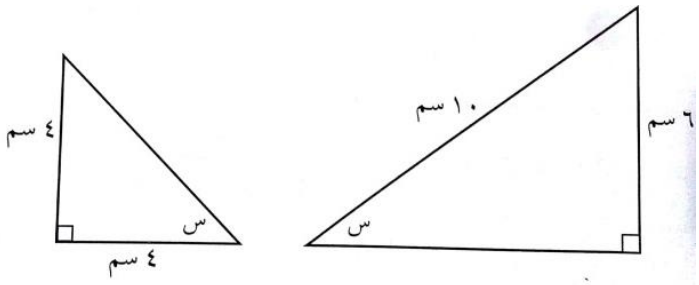
٤. $\text{جا}^{٢}\text{ أ} + \text{جا}^{٢}\text{ جـ} = ١$

التأكد من صحة الحل: هل أوجدنا كل المطلوب؟ هل القاعدة التي استخدمناها صحيحة؟ هل كل خطوات الحل صحيحة؟ هل الحسابات التي قمنا بها صحيحة؟ هل يبدو الجواب منطقيا؟

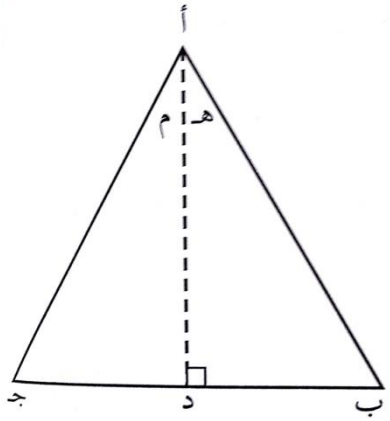
ومن الجيد هنا تنبيه الطلبة إلى عدم قبول أن تكون أ جـ = −١٥ لأنها تمثل طولا. وأن قيمة الجيب دائما أقل من ١.

التقويم: يقوم المعلم بالتأكد من تحقق أهداف الدرس من خلال قيام الطلبة بحل التدريبين الآتيين:

١- احسب جا س في كل من المثلثات الآتية



٢- في الشكل المجاور، أ ب جـ مثلث متساوي الأضلاع، نُصِّفَت الزاوية أ حيث أسقط عمود من (أ) على منتصف الضلع ب جـ في النقطة د، أجب عما يأتي:

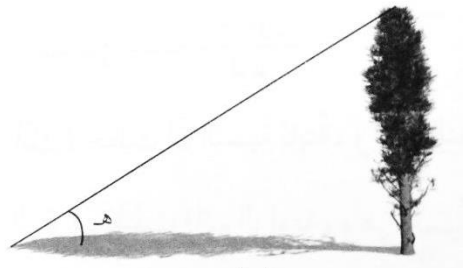


أ- ما قياس كل من: ∠أ ، ∠ب ، ∠جـ؟ برر إجابتك.

ب- ما قياس كل من: ∠هـ ، ∠م؟ برر إجابتك.

جـ - ماذا تلاحظ على أطوال الأضلاع المتناظرة، وقياسات الزوايا المتناظرة في المثلثين أ د ب ، أ د جـ ؟

الملخص والواجب البيتي: يقدم المعلم في النهاية ملخصا للحصة ويكلفهم بحل المسألة الآتية كواجب بيتي:



شجرة ارتفاعها (١٠) م ، كما في الشكل المجاور،

إذا كان جاهـ = ٠,٥ فجد المسافة بين قمة الشجرة ورأس الظل.

الحصة الثانية (٢/٢)

التوزيع المقترح لوقت الحصة: التمهيد (٦ دقائق)، المهمة الأولى (١٢ دقيقة)، المهمة الثانية (٨ دقائق)، التقويم (٨ دقائق)، الملخص والواجب البيتي (٦ دقائق).

التمهيد:

الترحيب بالطلبة ثم تذكيرهم بما تم التوصل له في الحصة السابقة من تعريف لجيب الزاوية والقانون المستخدم لإيجاده

تطبيق النموذج بمراحله الثلاث:

١. **المهام (Tasks):** حيث يتم تقديم المهمة الأولى للطلبة من خلال عرضها عليهم بصورة جماعية باستخدام جهاز العرض (الداتاشو).

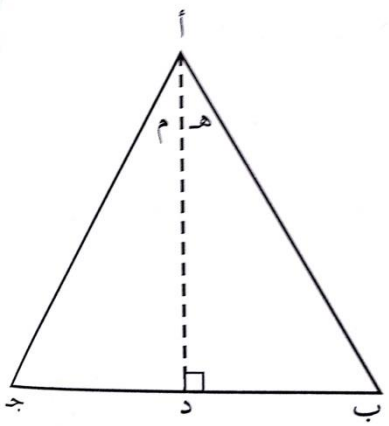
في الشكل المجاور، أ ب جـ مثلث متساوي الأضلاع، نُصِّفَت الزاوية أ حيث أسقط عمود من (أ) على منتصف الضلع ب جـ في النقطة د، افرض أن طول أ ب يساوي س، جد كلا مما يأتي:

أ- طول ب د.

ب- طول أ د.

جـ - جا ب.

د- جا هـ.



بعد التأكد من فهم الطلبة للمهمة والمطلوب يتم الانتقال للمرحلة التالية.

٢. **المجموعات المتعاونة (Cooperative groups):** حيث يعمل الطلبة في مجموعات تم تحديدها مسبقا لإنجاز المهمة السابقة من خلال التفكير في المهمة المعطاة بالطريقة التي يرونها مناسبة للوصول إلى الحل، مستخدمين خطوات حل المشكلة المتمثلة بالخطوات الأربع الآتية: فهم المشكلة، التخطيط للحل، تنفيذ الحل، والتأكد من صحة الحل، وتقوم كل مجموعة بتدوين الحلول التي توصلت إليها. مع مراعاة أن يقوم المعلم أثناء عمل المجموعات بالمراقبة والتجوال فيما بينها ومحاورة الطلبة دون أن يعطيهم الإجابات الصحيحة، كما يعمل على تشجيعهم على التفكير والحوار، ويمكن أن يقوم بإعطاء بعض التلميحات إذا وجد أن هناك بعض المجموعات التي لا تستطيع إكمال المهمة.

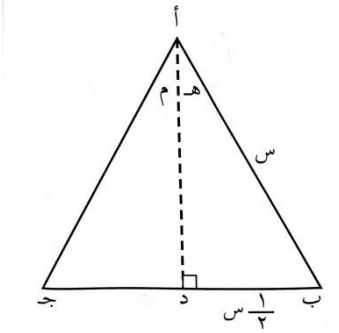
٣. **المشاركة (Sharing):** بعد انتهاء الوقت المخصص لمرحلة المجموعات المتعاونة، يتم العمل ضمن فريق واحد من خلال عرض المجموعات المتعاونة للحلول والأفكار التي توصلت إليها ومناقشتها مع باقي المجموعات لتعميق

الفهم، ويتولى المعلم إدارة النقاش بين الطلبة وتقويم ما يتم التوصل إليه، والعمل في النهاية على تلخيص الإجابات والأفكار والحلول السليمة وتقديمها للطلبة بشكل مناسب مثل:

فهم المشكلة: طول أ ب = طول أ جـ = س، طول ب د = طول د جـ، الزاوية أ د ب قائمة، المطلوب طول ضلعين وقيمة الجيب لزاويتين.

التخطيط للحل: يتشكل لدينا مثلثان قائما الزاوية، يمكن استخدام النسبة لإيجاد طول ب د، ونظرية فيثاغورس لإيجاد طول أ د، وقانون الجيب لإيجاد قيمة الجيب للزاويتين.

تنفيذ الحل:



أ- بما أن أ د ينصف ب جـ ، وأن المثلث متساوي الأضلاع كما في الشكل المجاور فإن

طول ب د = طول د جـ = $\frac{1}{2}$ س

ب- $(\text{أ ب})^2 = (\text{ب د})^2 + (\text{أ د})^2$

$\text{س}^2 = \frac{1}{4}\text{س}^2 + (\text{أ د})^2$

$(\text{أ د})^2 = \frac{3}{4}\text{س}^2$ ومنه أ د = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ س

جـ - جا ب = $\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\text{س}}{\text{س}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

د- جا هـ = $\frac{\frac{1}{2}\text{س}}{\text{س}} = \frac{1}{2}$

التأكد من صحة الحل: هل أوجدنا كل المطلوب؟ هل القاعدة التي استخدمناها صحيحة؟ هل كل خطوات الحل صحيحة؟ هل الحسابات التي قمنا بها صحيحة؟ هل يبدو الجواب منطقيا؟
ومن خلال هذه المهمة يمكن للمعلم تنبيه الطلبة لاستنتاج قيمة كل من جا ٣٠°، جا ٦٠°.

بعد ذلك **نطبق النموذج** بمراحله الثلاث على المهمة التالية والمتمثلة في استخدام الآلة الحاسبة في إيجاد جيب زاوية معلومة وإيجاد قياس الزاوية إذا عُلِم قيمة الجيب لها.

المهام (Tasks): حيث يتم تقديم المهمة الثانية للطلبة من خلال عرضها عليهم بصورة جماعية باستخدام جهاز العرض (الداتاشو).

أ- استخدم الآلة الحاسبة في إيجاد جيب الزوايا الآتية: ٢٠°، ٣٠°، ٥٠°، ٧٠°.

ب- استخدم الآلة الحاسبة في إيجاد قياس الزاوية س إذا علمت أن قيمة

- جا س = ٠,٤٢٢٦
- جا س = ٠,٥
- جا س = ٠,٨٦٦٠
- جا س = ٠,٩٨٤٨

بعد التأكد من فهم الطلبة للمهمة والمطلوب يتم الانتقال للمرحلة التالية.

١. **المجموعات المتعاونة** (Cooperative groups): حيث يعمل الطلبة في مجموعات تم تحديدها مسبقا لإنجاز المهمة السابقة من خلال التفكير في المهمة المعطاة بالطريقة التي يرونها مناسبة للوصول إلى الحل، مستخدمين خطوات حل المشكلة المتمثلة بالخطوات الأربع الآتية: فهم المشكلة، التخطيط للحل، تنفيذ الحل، والتأكد من صحة الحل، وتقوم كل مجموعة بتدوين الحلول التي توصلت إليها. مع مراعاة أن يقوم المعلم أثناء عمل المجموعات بالمراقبة والتجوال فيما بينها ومحاورة الطلبة دون أن يعطيهم الإجابات الصحيحة، كما يعمل على تشجيعهم على التفكير والحوار، ويمكن أن يقوم بإعطاء بعض التلميحات إذا وجد أن هناك بعض المجموعات التي لا تستطيع إكمال المهمة.

٢. **المشاركة** (Sharing): بعد انتهاء الوقت المخصص لمرحلة المجموعات المتعاونة، يتم العمل ضمن فريق واحد من خلال عرض المجموعات المتعاونة للحلول والأفكار التي توصلت إليها ومناقشتها مع باقي المجموعات لتعميق الفهم، ويتولى المعلم إدارة النقاش بين الطلبة وتقويم ما يتم التوصل إليه، والعمل في النهاية على تلخيص الإجابات والأفكار والحلول السليمة وتقديمها للطلبة بشكل مناسب مثل:

فهم المشكلة: المطلوب استخدام الآلة الحاسبة في إيجاد جيب زوايا معلومة وكذلك استخدام الآلة الحاسبة في إيجاد قياس زاوية إذا علمت قيمة الجيب لها.

التخطيط للحل: تستخدم الآلة الحاسبة في إيجاد جيب زاوية معلومة عن طريق فتح الآلة الحاسبة وادخال قياس الزاوية، ثم الضغط على المفتاح ((sin)) كما تستخدم في إيجاد قياس الزاوية إذا عُلِم قيمة الجيب لها عن طريق فتح الآلة الحاسبة وادخال قيمة جيب الزاوية، ثم الضغط على المفتاح ((Inv)) ثم الضغط على المفتاح ((sin)).

تنفيذ الحل:

أ- استخدام الآلة الحاسبة في إيجاد جيب الزوايا

- ادخال ٢٠ ثم الضغط على المفتاح ((sin)) لنحصل على القيمة ٠,٣٤٢٠٢٠١٤٣٣٢٥٦٨٧٣٣٠٤٤٠٩ وبالتالي جا ٢٠° = ٠,٣٤٢٠ تقريبا. وهكذا نكمل مع باقي الزوايا المطلوب إيجاد قيمة الجيب لها.
- جا ٣٠° = ٠,٥
- جا ٥٠° = ٠,٧٦٦٠
- جا ٧٠° = ٠,٩٣٩٧

ب- استخدام الآلة الحاسبة في إيجاد قياس الزاوية س إذا علمت قيمة الجيب لها:

- جا س = ٠,٤٢٢٦ ، إدخال القيمة ٠,٤٢٢٦ ثم الضغط على المفتاح ((Inv)) ثم الضغط على المفتاح ((sin)) لنحصل على القيمة ٢٤,٩٩٨٨٤٥٥١٨٣٠١٦٧٠٠٤٥٤٢٨٨٣٧٩٤٥٠٤٤

وبالتالي ⇦ س ≈ ٢٥° . وهكذا نكمل مع باقي القيم.

- جا س = ٠,٥ ⇦ س = ٣٠°
- جا س = ٠,٨٦٦٠ ⇦ س ≈ ٦٠°
- جا س = ٠,٩٨٤٨ ⇦ س ≈ ٨٠°

التأكد من صحة الحل: هل أوجدنا كل المطلوب؟ هل استخدمنا الآلة الحاسبة بطريقة صحيحة؟ هل الحسابات التي قمنا بها صحيحة؟ هل يبدو الجواب منطقيا؟ هل راعينا طريقة استخدام الآلات الحاسبة المختلفة؟

والأفضل أن ينبه المعلم الطلبة لملاحظة أن قيمة جيب الزاوية تزداد بزيادة قياس الزاوية.

التقويم: يقوم المعلم بالتأكد من تحقق أهداف الدرس من خلال قيام الطلبة بحل المسألة الآتية:

قام لاعب بالتزلج من تلة ارتفاعها (١٠٠) م، وقياس زاوية ميلها عن سطح الأرض ١٨° ، كما في الشكل المجاور، احسب طول مسار التزلج ل.

الملخص والواجب البيتي:

يقدم المعلم في النهاية ملخصا للحصة ويكلفهم بحل المسألتين الآتيتين كواجب بيتي:

١- جد طول لوح تزلج يرتفع أحد طرفيه عن الأرض (٢) م، ويصنع طرفه الآخر مع الأرض زاوية قياسها (٢٤°). انظر الشكل المجاور.

٢- هـ و ز مثلث قائم الزاوية في و، كما في الشكل المجاور،

أثبت أن جا ٤٥° = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$