

بسم الله الرحمن الرحيم

الوحدة السابعة: النسب المثلثية

الدرس الثالث: ظل الزاوية الحادة

أهداف الدرس:

١- أن يحسب الطالب ظل زاوية حادة في مثلث قائم الزاوية.

٢- أن يحسب الطالب قياس الزاوية إذا عُلِمَ ظلها.

٣- أن يحل الطالب مسائل عملية على الظل.

الزمن: حصتان دراسيتان مدة كل حصة (٤٠) دقيقة.

الحصة الأولى (٢/١)

التوزيع المقترح لوقت الحصة: التمهيد (٨ دقائق)، المهمة الأولى (١٠ دقائق)، المهمة الثانية (١٠ دقائق)، التقويم (٨ دقائق)، الملخص والواجب البيتي (٤ دقائق).

التمهيد:

الترحيب بالطلبة ثم تذكيرهم في صورة تدريس جمعي بجيب تمام الزاوية وجيب الزاوية من خلال طرح مجموعة من الأسئلة المباشرة عليهم مثل:

- ماذا نسمي الضلع المقابل للزاوية القائمة؟ ماذا نسمي الضلعين الآخرين بالنسبة لإحدى الزوايا؟
- ما هو نص نظرية فيثاغورس؟
- ما النسبة التي نجد من خلالها جيب الزاوية الحادة وجيب تمام الزاوية؟
- ماذا يرمز لجيب الزاوية وجيب تمام الزاوية؟
- ما اختصار جيب الزاوية وجيب تمام الزاوية باللغة الإنجليزية؟
- كيف نجد جيب وجيب تمام زاوية معلومة؟
- كيف نجد قياس الزاوية إذا عُلِمَ قيمة الجيب أو قيمة جيب التمام لها؟
- ما قيمة جا 30° ، جا 60° ، جتا 30° ، جتا 60° ، جا 45° ، جتا 45° ؟

كما يمكن طرح المثال الآتي لتذكير الطلبة بطريقة إيجاد جيب وجيب تمام الزاوية:

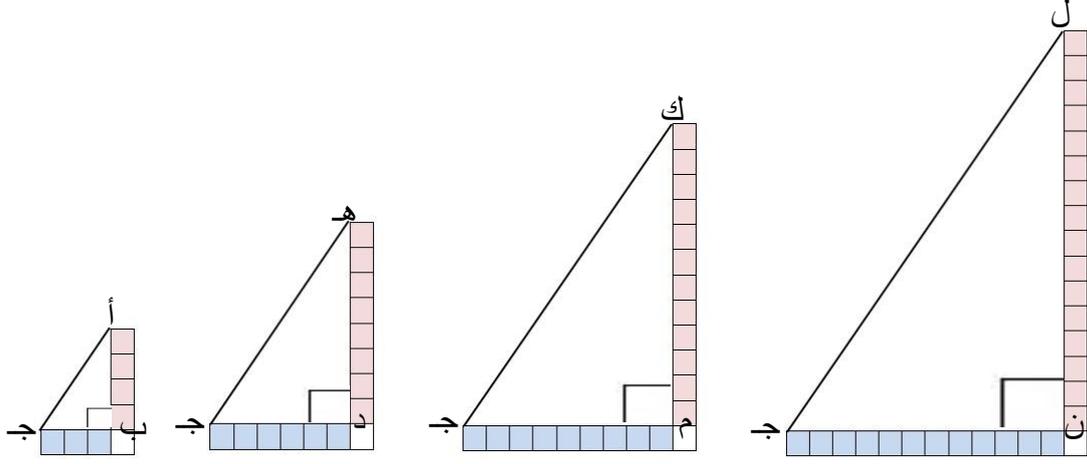
هـ و د مثلث قائم الزاوية في و ، فيه هـ و = ٦ سم ، و د = ٨ سم ، احسب جا د ، جا هـ ، جتا د ، جتا هـ.

تطبيق النموذج بمراحله الثلاث:

١ - المهام (Tasks):

حيث يتم تقديم المهمة الأولى للطلبة من خلال عرضها عليهم بصورة جماعية باستخدام جهاز العرض (الداتاشو).

استخدم أحمد مكعبات الليجو لصنع أربع زوايا قائمة، ثم ربط ضلعي القائمة بخيط فحصل على أربعة مثلثات قائمة الزاوية كما في الأشكال الآتية.



إذا علمت أن طول ضلع مكعب الليجو وحدة واحدة فساعد أحمد على إيجاد النسبة بين طول الضلع المقابل للزاوية ج وطول الضلع المجاور للزاوية ج في المثلثات الأربعة.

بعد التأكد من فهم الطلبة للمهمة والمطلوب يتم الانتقال للمرحلة التالية.

٢ - المجموعات المتعاونة (Cooperative groups):

حيث يعمل الطلبة في مجموعات تم تحديدها مسبقا لإنجاز المهمة السابقة من خلال التفكير في المهمة المعطاة بالطريقة التي يرونها مناسبة للوصول إلى الحل، مستخدمين خطوات حل المشكلة المتمثلة بالخطوات الأربع الآتية: فهم المشكلة، التخطيط للحل، تنفيذ الحل، والتأكد من صحة الحل، وتقوم كل مجموعة بتدوين الحلول التي توصلت إليها. مع مراعاة أن يقوم المعلم أثناء عمل المجموعات بالمراقبة والتجوال فيما بينها ومحاورة الطلبة دون أن يعطيهم الإجابات الصحيحة، كما يعمل على تشجيعهم على التفكير والحوار، ويمكن أن يقوم بإعطاء بعض التلميحات إذا وجد أن هناك بعض المجموعات التي لا تستطيع إكمال المهمة.

٣ - المشاركة (Sharing):

بعد انتهاء الوقت المخصص لمرحلة المجموعات المتعاونة، يتم العمل ضمن فريق واحد من خلال عرض المجموعات المتعاونة للحلول والأفكار التي توصلت إليها ومناقشتها مع باقي المجموعات لتعميق الفهم، ويتولى المعلم إدارة النقاش بين الطلبة وتقويم ما يتم التوصل إليه، والعمل في النهاية على تلخيص الإجابات والأفكار والحلول السليمة وتقديمها للطلبة بشكل مناسب مثل:

فهم المشكلة: كل شكل يمثل مثلثًا قائم الزاوية، طول ضلع مكعب الليجو وحدة واحدة، المطلوب إيجاد النسبة بين طول الضلع المقابل للزاوية ج وطول الضلع المجاور للزاوية ج في المثلثات الأربعة.

التخطيط للحل: الضلع الرأسي للقائمة يمثل الضلع المقابل للزاوية ج والضلع الأفقي للقائمة يمثل الضلع المجاور للزاوية ج في كل المثلثات، يمكن حساب طول الضلع المقابل وطول الضلع المجاور في كل مثلث، ومن ثم إيجاد النسبة المطلوبة.

تنفيذ الحل: يمكن تلخيص الحل بالجدول الآتي:

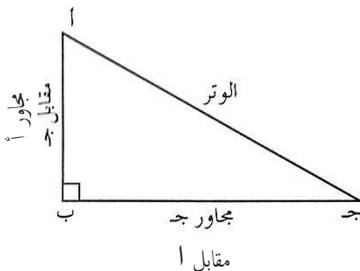
المثلث	طول المقابل (بالوحدة)	طول المجاور (بالوحدة)	<u>المجاور</u> الوتر
أ ب ج	٤	٣	$\frac{٤}{٣}$
هـ د ج	٨	٦	$\frac{٨}{٦}$
ك م ج	١٢	٩	$\frac{١٢}{٩}$
ل ن ج	١٦	١٢	$\frac{١٦}{١٢}$

التأكد من صحة الحل: هل أوجدنا كل المطلوب؟ هل القاعدة التي استخدمناها صحيحة؟ هل كل خطوات الحل صحيحة؟ هل الحسابات التي قمنا بها صحيحة؟ هل يبدو الجواب منطقيًا؟

ليصل معهم إلى أن النسبة $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ هي نسبة ثابتة وتمثل نسبة طول الضلع المقابل للزاوية ج إلى طول الضلع المجاور للزاوية ج

في المثلث قائم الزاوية، وتسمى هذه النسبة ظل الزاوية الحادة ج ويرمز لها بالرمز (ظا ج) وبالإنجليزية (Tangent) واختصارًا (tan).

ويعرض المعلم بعدها مثلثًا قائم الزاوية ويعين عليه الرؤوس (أ ب ج) ويجد الطلبة ظا أ، ظا ج

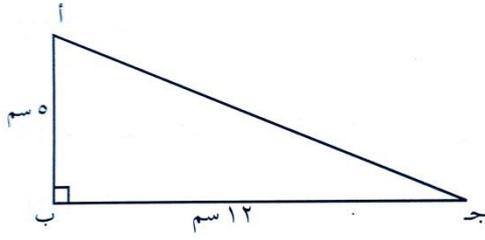


$$\text{ظا أ} = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية أ}}{\text{طول الضلع المجاور للزاوية أ}} = \frac{\text{ب ج}}{\text{أ ب}}$$

$$\text{ظا ج} = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية ج}}{\text{طول الضلع المجاور للزاوية ج}} = \frac{\text{أ ب}}{\text{ب ج}}$$

بعد ذلك نطبق النموذج بمراحله الثلاث على المهمة التالية:

١. المهام (Tasks): حيث يتم تقديم المهمة الثانية للطلبة من خلال عرضها عليهم بصورة جماعية باستخدام جهاز



العرض (الداتاشو).

في الشكل المجاور، أ ب ج مثلث قائم الزاوية في ب،
فيه أ ب = ٥ سم، ب ج = ١٢ سم، جد كلا مما يأتي:

١- أ ج

٢- ظ أ

٣- ظا ج

٤- جا أ

٥- جتا أ.

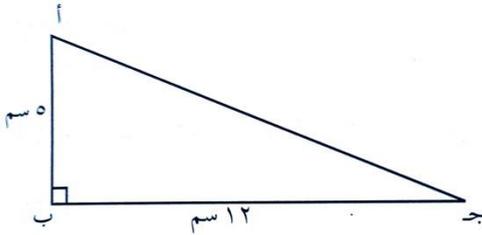
بعد التأكد من فهم الطلبة للمهمة والمطلوب يتم الانتقال للمرحلة التالية.

٢. المجموعات المتعاونة (Cooperative groups): حيث يعمل الطلبة في مجموعات تم

تحديدها مسبقا لإنجاز المهمة السابقة من خلال التفكير في الطريقة المناسبة لإيجاد المطلوب، مستخدمين خطوات حل المشكلة المتمثلة بالخطوات الأربع الآتية: فهم المشكلة، التخطيط للحل، تنفيذ الحل، والتأكد من صحة الحل، وتقوم كل مجموعة بتدوين الحلول التي توصلت إليها. مع مراعاة أن يقوم المعلم أثناء عمل المجموعات بالمراقبة والتجوال فيما بينها ومحاورة الطلبة دون أن يعطيهم الإجابات الصحيحة، كما يعمل على تشجيعهم على التفكير والحوار، ويمكن أن يقوم بإعطاء بعض التلميحات إذا وجد أن هناك بعض المجموعات التي لا تستطيع إكمال المهمة.

٣. المشاركة (Sharing): بعد انتهاء الوقت المخصص لمرحلة المجموعات المتعاونة، يتم العمل ضمن فريق

واحد من خلال عرض المجموعات المتعاونة للحلول والأفكار التي توصلت إليها ومناقشتها مع باقي المجموعات لتعميق الفهم، ويتولى المعلم إدارة النقاش بين الطلبة وتقويم ما يتم التوصل إليه، والعمل في النهاية على تلخيص الإجابات والأفكار والحلول السليمة وتقديمها للطلبة بشكل مناسب مثل:



فهم المشكلة: الشكل يمثل مثلثا قائم الزاوية، طول الضلع أ ب = ٥ سم،
طول الضلع ب ج = ١٢ سم، المطلوب طول الوتر وقيمة الظل للزاويتين
وجيب وجيب التمام للزاوية أ.

التخطيط للحل: يمكن استخدام نظرية فيثاغورس لإيجاد طول الوتر أ ج،

وتطبيق قانون الجيب لإيجاد جا أ ، وتطبيق قانون جيب التمام لإيجاد جتا أ و تطبيق قانون الظل لإيجاد ظا أ و ظا ج.

تنفيذ الحل:

١. من الشكل المعطى ووفق نظرية فيثاغورس

$$^2(أ ج) = ^2(أ ب) + ^2(ب ج)$$

$$^2 ١٢ + ^2 ٥ =$$

$$١٦٩ = ١٤٤ + ٢٥ =$$

$$\text{إذا طول الوتر أ ج} = \sqrt{١٦٩} = ١٣ \text{ سم}$$

$$٢. \text{ ظا أ} = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية أ}}{\text{طول الضلع المجاور للزاوية أ}} = \frac{١٢}{٥}$$

$$٣. \text{ ظا ج} = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية ج}}{\text{طول الضلع المجاور للزاوية ج}} = \frac{٥}{١٢}$$

$$٤. \text{ جا أ} = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية أ}}{\text{طول الوتر}} = \frac{١٢}{١٣}$$

$$٥. \text{ جتا أ} = \frac{\text{طول الضلع المجاور للزاوية أ}}{\text{طول الوتر}} = \frac{٥}{١٣}$$

ومن الجيد هنا تنبيه الطلبة إلى عدم قبول أن تكون أ ج = -١٣ لأنها تمثل طولاً. وأن قيمة الظل يمكن أن تكون أكبر من ١ أو أصغر من ١، كما ينبغي أن نلفت انتباه الطلاب إلى ملاحظة أن هناك علاقة بين جا أ، جتا أ، ظا أ وسيتم دراستها لاحقاً.

التقويم: يقوم المعلم بالتأكد من تحقق أهداف الدرس من خلال قيام الطلبة بحل المشكلتين الآتيتين:

١- متى يكون ظا ه = ١ ، حيث ه زاوية حادة؟

٢- س ص ع مثلث قائم الزاوية، إذا كان س ص = ٢ سم، س ع = ١٣ سم، جد ظا س ، ظا ع.

الملخص والواجب البيتي: يقدم المعلم في النهاية ملخصاً للحصة ويكلفهم بحل المشكلتين الآتيتين كواجب بيئي:

١. أ ب ج مثلث قائم الزاوية في ب، فيه ب ج = ٤ سم، ظا أ = $\frac{٧}{٣}$ ، جد طول أ ب.

٢. أ ب ج مثلث قائم الزاوية في ب، فيه أ ب = ب ج. جد: ق لا أ ، ظا أ.

الحصة الثانية (٢/٢)

التوزيع المقترح لوقت الحصة: التمهيد (٦ دقائق)، المهمة الأولى (١٠ دقائق)، المهمة الثانية (١٠ دقائق)، التقويم (٨ دقائق)، الملخص والواجب البيتي (٦ دقائق).

التمهيد:

الترحيب بالطلبة ثم تذكيرهم بما تم التوصل له في الحصة السابقة من تعريف لظل الزاوية والقانون المستخدم لإيجاده

تطبيق النموذج بمراحله الثلاث:

ونبدأ بالمهمة الأولى والمتمثلة في استخدام الآلة الحاسبة في إيجاد ظل زاوية معلومة وإيجاد قياس الزاوية إذا عُلم قيمة الظل لها.

١. المهام (Tasks):

حيث يتم تقديم المهمة الأولى للطلبة من خلال عرضها عليهم بصورة جماعية باستخدام جهاز

العرض (الداتا شو).

أ- استخدم الآلة الحاسبة في إيجاد ظل الزوايا الآتية: 20° ، 30° ، 50° ، 70° .

ب- استخدم الآلة الحاسبة في إيجاد قياس الزاوية س إذا علمت أن قيمة

• $\text{ظا س} = 5,6713$

• $\text{ظا س} = 2,1445$

• $\text{ظا س} = 1$

• $\text{ظا س} = 0,4663$

بعد التأكد من فهم الطلبة للمهمة والمطلوب يتم الانتقال للمرحلة التالية.

٢. المجموعات المتعاونة (Cooperative groups):

حيث يعمل الطلبة في مجموعات تم تحديدها

مسبقا لإنجاز المهمة السابقة من خلال التفكير في المهمة المعطاة بالطريقة التي يرونها مناسبة للوصول إلى الحل، مستخدمين خطوات حل المشكلة المتمثلة بالخطوات الأربع الآتية: فهم المشكلة، التخطيط للحل، تنفيذ الحل، والتأكد من صحة الحل، وتقوم كل مجموعة بتدوين الحلول التي توصلت إليها. مع مراعاة أن يقوم المعلم أثناء عمل المجموعات بالمراقبة والتجوال فيما بينها ومحاورة الطلبة دون أن يعطيهم الإجابات الصحيحة، كما يعمل على تشجيعهم على التفكير والحوار، ويمكن أن يقوم بإعطاء بعض التلميحات إذا وجد أن هناك بعض المجموعات التي لا تستطيع إكمال المهمة.

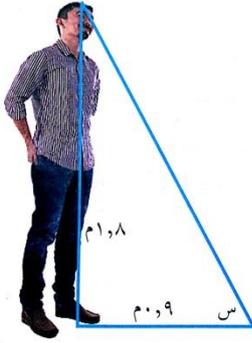
٣. المشاركة (Sharing):

بعد انتهاء الوقت المخصص لمرحلة المجموعات المتعاونة، يتم العمل ضمن فريق واحد

من خلال عرض المجموعات المتعاونة للحلول والأفكار التي توصلت إليها ومناقشتها مع باقي المجموعات لتعميق الفهم،

بعد ذلك نطبق النموذج بمراحله الثلاث على المهمة التالية:

١. المهام (Tasks):



العرض (الداتاشو).

رجل طوله ١,٨ م، في لحظة ما كان طول ظله على أرض مستوية (٠,٩) م، أراد هذا الرجل معرفة الزاوية التي تصنعها أشعة الشمس مع ظله، كيف يمكنك مساعدة الرجل في تحديد تلك الزاوية؟

بعد التأكد من فهم الطلبة للمهمة والمطلوب يتم الانتقال للمرحلة التالية.

٢. المجموعات المتعاونة (Cooperative groups):

تحديدها مسبقا لإنجاز المهمة السابقة من خلال التفكير في الطريقة المناسبة لإيجاد المطلوب، مستخدمين خطوات حل المشكلة المتمثلة بالخطوات الأربع الآتية: فهم المشكلة، التخطيط للحل، تنفيذ الحل، والتأكد من صحة الحل، وتقوم كل مجموعة بتدوين الحلول التي توصلت إليها. مع مراعاة أن يقوم المعلم أثناء عمل المجموعات بالمراقبة والتجوال فيما بينها ومحاورة الطلبة دون أن يعطيهم الإجابات الصحيحة، كما يعمل على تشجيعهم على التفكير والحوار، ويمكن أن يقوم بإعطاء بعض التلميحات إذا وجد أن هناك بعض المجموعات التي لا تستطيع إكمال المهمة.

٣. المشاركة (Sharing):

واحد من خلال عرض المجموعات المتعاونة للحلول والأفكار التي توصلت إليها ومناقشتها مع باقي المجموعات لتعميق الفهم، ويتولى المعلم إدارة النقاش بين الطلبة وتقويم ما يتم التوصل إليه، والعمل في النهاية على تلخيص الإجابات والأفكار والحلول السليمة وتقديمها للطلبة بشكل مناسب مثل:

فهم المشكلة: طول الرجل (١,٨) م، طول ظل الرجل ٠,٩ م، المطلوب قياس الزاوية التي تصنعها أشعة الشمس مع ظله.

التخطيط للحل: من خلال الرسم التوضيحي للمشكلة نجد أن الشكل الناتج مثلث قائم الزاوية يمثل طول الرجل فيه الضلع المقابل للزاوية المطلوبة، في حين يمثل طول ظل الرجل الضلع المجاور للزاوية المطلوبة. وبالتالي يمكن استخدام علاقة الظل التي تربط بين المقابل والمجاور لإيجاد ظل الزاوية، ثم إيجاد الزاوية المطلوبة باستخدام الآلة الحاسبة.

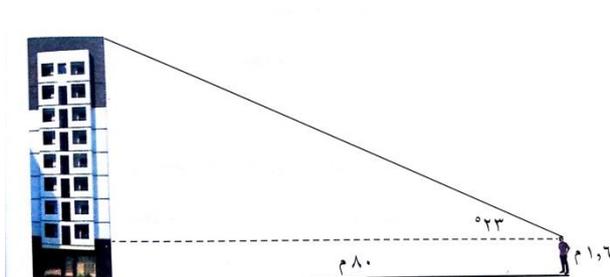
تنفيذ الحل:

$$\text{ظا س} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{1.8}{0.9} = 2$$

ظا س = ٢ ومنه س = ٦٣° تقريبا عن طريق الآلة الحاسبة

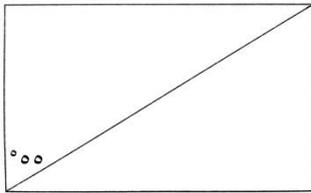
التأكد من صحة الحل: هل أوجدنا كل المطلوب؟ هل القاعدة التي استخدمناها صحيحة؟ هل كل خطوات الحل صحيحة؟ هل الحسابات التي قمنا بها صحيحة؟ هل يبدو الجواب منطقياً؟ هل يوجد طريقة أخرى لإيجاد الحل؟

التقويم: يقوم المعلم بالتأكد من تحقق أهداف الدرس من خلال قيام الطلبة بحل المشكلة الآتية:



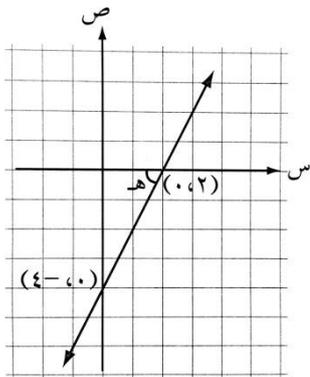
وقف محمد على بعد ٨٠ متراً من قاعدة بناية، وكان قياس الزاوية المحصورة بين خط نظره المار بقمة البناية والخط الأفقي 23° ، إذا كان طول محمد ١,٦ م، كيف تساعد محمد في حساب ارتفاع البناية؟

الملخص والواجب البيتي: يقدم المعلم في النهاية ملخصاً للحصة ويكلفهم



بحل المشكلتين الآتيتين كواجب بيئي:

١- قطعة أرض مستطيلة الشكل طولها ١٠٠ م، فإذا كان قطر القطعة يصنع زاوية مقدارها 55° مع ضلعها الأصغر كما في الشكل المجاور، فما عرض قطعة الأرض؟



٢- المستقيم $ص = ٢س - ٤$ ، يقطع محور السينات والصادات عند النقطتين $(٠, ٢)$ ، $(٤, ٠)$ على الترتيب، ويشكل مع المحورين الإحداثيين مثلثاً كما في الشكل المجاور، \angle هـ تمثل الزاوية الحادة التي يصنعها المستقيم مع محور السينات. جد كلا مما يأتي:

(أ) جا هـ (ب) جتا هـ (ج) ظا هـ