بسم الله الرحمن الرحيم

الوحدة السابعة: النسب المثلثية

الدرس الخامس: حل المثلث قائم الزاوية

أهداف الدرس:

١- أن يستخدم الطالب النسب المثلثية (جا، جتا، ظا) في حل المثلث قائم الزاوية.

الزمن: (٣) حصص دراسية مدة كل حصة (٤٠) دقيقة.

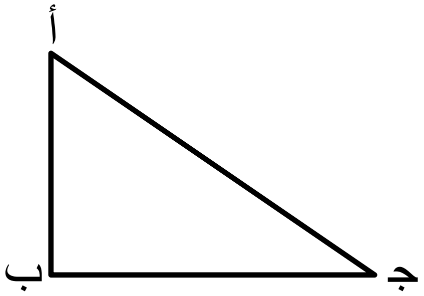
الحصة الأولى (٣/١)

التوزيع المقترح لوقت الحصة: التمهيد (٨ دقائق)، المهمة الأولى (١٠ دقائق)، المهمة الثانية (١٠ دقائق)، التقويم (٨ دقائق)، الملخص والواجب البيتي (٤ دقائق).

التمهيد:

الترحيب بالطلبة ثم تذكيرهم في صورة تدريس جمعي بالدروس السابقة والمتطلبات القبلية للدرس من خلال طرح مجموعة من الأسئلة المباشرة عليهم مثل:

- ماذا نسمي الضلع المقابل للزاوية القائمة؟ ماذا نسمي الضلعين الآخرين بالنسبة لإحدى الزوايا؟
- ما هو نص نظرية فيثاغورس؟
- ما النسبة التي نجد من خلالها جيب الزاوية الحادة وجيب تمام الزاوية الحادة وظل الزاوية الحادة؟
- كيف نجد جيب وجيب تمام وظل زاوية معلومة؟
- كيف نجد قياس الزاوية إذا عُلِم قيمة الجيب أو قيمة جيب التمام أو قيمة الظل لها؟
- ما مجموع قياسات زوايا المثلث؟
- ما هي عناصر المثلث؟ أو ما الذي يميز المثلث عن غيره من المضلعات؟
- ما معنى حل المثلث قائم الزاوية؟



ولتعميق فهم استخدام النسب المثلثية يمكن طرح السؤال: من خلال الشكل المجاور كيف يمكن إيجاد المجهول في الحالات الآتية:

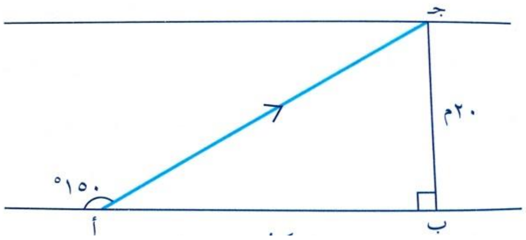
- إذا كان المعلوم طولي ضلعين والمجهول طول الضلع الثالث.
- إذا كان المعلوم قياسي زاويتين والمجهول قياس الزاوية الثالثة.

- إذا كان المعلوم طول الضلع أ ب وقياس الزاوية جـ والمجهول طول الضلع أ جـ.
- إذا كان المعلوم طول الضلع أ ب وقياس الزاوية جـ والمجهول طول الضلع ب جـ.
- إذا كان المعلوم طول الضلع أ جـ وقياس الزاوية جـ والمجهول طول الضلع ب جـ.
- إذا كان المعلوم طول الضلع أ ب وطول الضلع أ جـ والمجهول قياس الزاوية أ.

تطبيق النموذج بمراحله الثلاث:

١ - المهام (Tasks): حيث يتم تقديم المهمة الأولى للطلبة من خلال عرضها عليهم بصورة جماعية باستخدام جهاز العرض (الداتاشو).

قام سباح بعبور نهر عرضه (٢٠) مترا، من النقطة (أ) على الضفة الأولى، فجرفه التيار كما في الشكل المجاور، ووصل النقطة جـ على الضفة المقابلة للنهر. جد المسافة التي قطعها السباح.



بعد التأكد من فهم الطلبة للمهمة والمطلوب يتم الانتقال للمرحلة التالية.

٢ - المجموعات المتعاونة (Cooperative groups): حيث يعمل الطلبة في مجموعات تم تحديدها مسبقا لإنجاز المهمة السابقة من خلال التفكير في المهمة المعطاة بالطريقة التي يرونها مناسبة للوصول إلى الحل، مستخدمين خطوات حل المشكلة المتمثلة بالخطوات الأربع الآتية: فهم المشكلة، التخطيط للحل، تنفيذ الحل، والتأكد من صحة الحل، وتقوم كل مجموعة بتدوين الحلول التي توصلت إليها. مع مراعاة أن يقوم المعلم أثناء عمل المجموعات بالمراقبة والتجوال فيما بينها ومحاورة الطلبة دون أن يعطيهم الإجابات الصحيحة، كما يعمل على تشجيعهم على التفكير والحوار، ويمكن أن يقوم بإعطاء بعض التلميحات إذا وجد أن هناك بعض المجموعات التي لا تستطيع إكمال المهمة.

٣ - المشاركة (Sharing): بعد انتهاء الوقت المخصص لمرحلة المجموعات المتعاونة، يتم العمل ضمن فريق واحد من خلال عرض المجموعات المتعاونة للحلول والأفكار التي توصلت إليها ومناقشتها مع باقي المجموعات لتعميق الفهم، ويتولى المعلم إدارة النقاش بين الطلبة وتقويم ما يتم التوصل إليه، والعمل في النهاية على تلخيص الإجابات والأفكار والحلول السليمة وتقديمها للطلبة بشكل مناسب مثل:

فهم المشكلة: عرض النهر العمودي (٢٠) مترا، انطلق السباح من النقطة أ وسبح على الخط (أ جـ)، المطلوب حساب المسافة التي قطعها السباح(طول الخط المستقيم أ جـ).

التخطيط للحل: الشكل يمثل مثلثا قائم الزاوية في ب، الضلع ب جـ بالنسبة للزاوية الحادة أ هو المقابل، المطلوب هو الوتر، وبالتالي يمكن استخدام الجيب لإيجاد المطلوب.

تنفيذ الحل:

قياس الزاوية الحادة أ يساوي ١٨٠ ° – ١٥٠ ° = ٣٠ °

جا أ = $\frac{\text{ب جـ}}{\text{أ جـ}}$ تعريف جيب الزاوية الحادة

جا ٣٠ ° = $\frac{\text{٢٠}}{\text{أ جـ}}$ تعويض

٠,٥ = $\frac{\text{٢٠}}{\text{أ جـ}}$ جا ٣٠ ° = ٠,٥

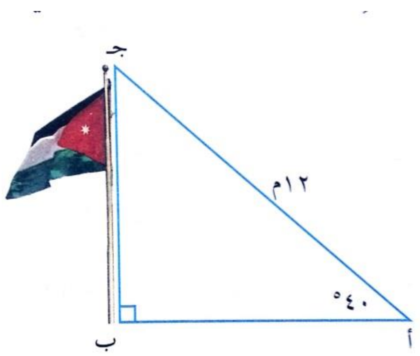
٠,٥ × أ جـ = ٢٠ ضرب تبادلي

ومنه أ جـ = ٤٠ مترا نتيجة

التأكد من صحة الحل: هل أوجدنا المطلوب؟ هل القاعدة التي استخدمناها صحيحة؟ هل كل خطوات الحل صحيحة؟ هل الحسابات التي قمنا بها صحيحة؟ هل يبدو الجواب منطقيا؟ كما يمكننا التأكد من خلال جا ∡ ب أ جـ = ٢٠ / ٤٠ = ٠,٥ ، وباستخدام الآلة الحاسبة نجد أن قياس الزاوية ب أ جـ = ٣٠ ° ، وهذا صحيح.

بعد ذلك **نطبق النموذج** بمراحله الثلاث على المهمة التالية:

١. **المهام (Tasks):** حيث يتم تقديم المهمة الثانية للطلبة من خلال عرضها عليهم بصورة جماعية باستخدام جهاز العرض (الداتاشو).



وقف مجاهد عند النقطة (أ) التي تبعد (١٢) مترا عن قمة سارية علم المدرسة، فإذا كان قياس الزاوية (أ) يساوي ٤٠ ° ، كما في الشكل المجاور فجد:

١- قياس الزاوية جـ

٢- المسافة بين النقطة (أ) التي يقف عندها مجاهد، وقاعدة السارية.

٣- ارتفاع السارية.

بعد التأكد من فهم الطلبة للمهمة والمطلوب يتم الانتقال للمرحلة التالية.

٢. **المجموعات المتعاونة (Cooperative groups):** حيث يعمل الطلبة في مجموعات تم تحديدها مسبقا لإنجاز المهمة السابقة من خلال التفكير في الطريقة المناسبة لإيجاد المطلوب، مستخدمين خطوات حل المشكلة المتمثلة بالخطوات الأربع الآتية: فهم المشكلة، التخطيط للحل، تنفيذ الحل، والتأكد من صحة الحل، وتقوم كل مجموعة بتدوين الحلول التي توصلت إليها. مع مراعاة أن يقوم المعلم أثناء عمل المجموعات بالمراقبة والتجوال فيما بينها ومحاورة الطلبة دون أن يعطيهم الإجابات الصحيحة، كما يعمل على تشجيعهم على التفكير والحوار، ويمكن أن يقوم بإعطاء بعض التلميحات إذا وجد أن هناك بعض المجموعات التي لا تستطيع إكمال المهمة.

٣. **المشاركة (Sharing):** بعد انتهاء الوقت المخصص لمرحلة المجموعات المتعاونة، يتم العمل ضمن فريق واحد من خلال عرض المجموعات المتعاونة للحلول والأفكار التي توصلت إليها ومناقشتها مع باقي المجموعات لتعميق الفهم، ويتولى المعلم إدارة النقاش بين الطلبة وتقويم ما يتم التوصل إليه، والعمل في النهاية على تلخيص الإجابات والأفكار والحلول السليمة وتقديمها للطلبة بشكل مناسب مثل:

فهم المشكلة: الشكل يمثل مثلثا قائم الزاوية، طول الوتر أ جـ = ١٢ مترا، قياس الزاوية أ = ٤٠ °، المطلوب قياس الزاوية جـ وطول الضلع أ ب وطول الضلع ب جـ.

التخطيط للحل: يمكن استخدام مجموع قياسات زوايا المثلث لإيجاد قياس الزاوية جـ، وتطبيق قانون الجيب لإيجاد طول الضلع المقابل (ارتفاع السارية)، وتطبيق قانون جيب التمام لإيجاد الضلع المجاور (المسافة المطلوبة).

تنفيذ الحل:

١. من المعلوم أن مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠ °

إذن ق ∡ جـ = ١٨٠ – (٩٠ + ٤٠) = ٥٠ °.

أو يمكن القول أن الزاويتين (أ) و (جـ) متتامتان وبالتالي مجموع قياسيهما = ٩٠ °

وهذا يعني أن ق ∡ جـ = ٩٠ – ٤٠ = ٥٠ °.

٢. جتا ٤٠ ° = $\frac{\text{طول الضلع المجاور للزاوية أ}}{\text{طول الوتر}} = \frac{\text{أ ب}}{١٢}$

$\frac{\text{أ ب}}{١٢}$ = ٠,٧٦٦٠

ب = ١٢ × ٠,٧٦٦٠ = أ ب

أب = ٩,١٩٢

إذن المسافة بين النقطة (أ) التي يقف عندها مجاهد وقاعدة السارية تساوي ٩ أمتار تقريبا

٣. جا ٤٠ ° = $\frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية أ}}{\text{طول الوتر}} = \frac{\text{ب جـ}}{١٢}$

$$\frac{\text{ب جـ}}{١٢} = ٠,٦٤٢٨$$

ب جـ = ١٢ × ٠,٦٤٢٨

ب جـ = ٧,٧١٤

إذن ارتفاع السارية يساوي ٨ أمتار تقريبا

التأكد من صحة الحل: هل أوجدنا المطلوب؟ هل القاعدة التي استخدمناها صحيحة؟ هل كل خطوات الحل صحيحة؟ هل الحسابات التي قمنا بها صحيحة؟ هل يبدو الجواب منطقيا؟ كما يمكننا التأكد من خلال استخدام النسب المثلثية الأخرى.

ومن الجيد هنا تنبيه الطلبة إلى أن العلاقات التي تربط بين الأضلاع والزوايا علاقات متعددة وبالتالي قد يوجد أكثر من طريقة للحل فمثلا لإيجاد المسافة في المطلوب الثاني يمكن استخدام علاقة الجيب للزاوية جـ ، وللمطلوب الثالث يمكن استخدام نظرية فيثاغورس أو ظل الزاوية أ أو جتا الزاوية جـ، وغيرها من العلاقات.

التقويم: يقوم المعلم بالتأكد من تحقق أهداف الدرس من خلال قيام الطلبة بحل المشكلة الآتية:

١- س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص، فيه س ع = ١٥ سم، ص ع = ١٢ سم، جد ما يأتي:

- س ص
- قياسات زوايا المثلث

الملخص والواجب البيتي: يقدم المعلم في النهاية ملخصا للحصة ويكلفهم بحل المشكلتين الآتيتين كواجب بيتي:

١. حل المثلث أ ب جـ القائم الزاوية في ب، والذي فيه ق ∡ أ = ٦٠ °، أ ب = ٣ سم.
٢. حل المثلث د هـ و القائم الزاوية في هـ، الذي فيه جتا و = ٠,٦ ، د و = ٩ سم.

الحصة الثانية (٢/٣)

التوزيع المقترح لوقت الحصة: التمهيد (٦ دقائق)، المهمة الأولى (١٠ دقائق)، المهمة الثانية (١٠ دقائق)، التقويم (٨ دقائق)، الملخص والواجب البيتي (٦ دقائق).

التمهيد:

الترحيب بالطلبة ثم تذكيرهم بما تم التوصل له في الحصة السابقة من طريقة إيجاد المجهول في المثلث القائم الزاوية سواء كان طول ضلع أو قياس زاوية من خلال العلاقات بين المعطيات والمطلوب، وأن إيجاد جميع أطوال أضلاع المثلث وجميع قياسات زواياه يسمى حل المثلث. ثم يقوم المعلم بحل السؤال الأول من أسئلة الواجب البيتي: حل المثلث أ ب جـ القائم الزاوية في ب، والذي فيه ق ∡ أ = ٦٠ °، أ ب = ٣ سم.

تطبيق النموذج بمراحله الثلاث:

ونبدأ بالمهمة الأولى والمتمثلة في محاولة حل المثلث القائم الزاوية إذا علمت قياسات زواياه فقط.

١. **المهام (Tasks):** حيث يتم تقديم المهمة الأولى للطلبة من خلال عرضها عليهم بصورة جماعية باستخدام جهاز العرض (الداتاشو).

حل المثلث أ ب جـ القائم الزاوية في ب، والذي فيه ق ∡ أ = ٦٠ °.

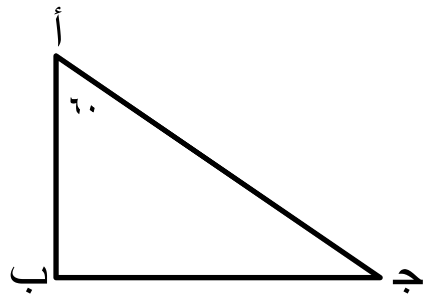
بعد التأكد من فهم الطلبة للمهمة والمطلوب يتم الانتقال للمرحلة التالية.

٢. **المجموعات المتعاونة (Cooperative groups):** حيث يعمل الطلبة في مجموعات تم تحديدها مسبقا لإنجاز المهمة السابقة من خلال التفكير في المهمة المعطاة بالطريقة التي يرونها مناسبة للوصول إلى الحل، مستخدمين خطوات حل المشكلة المتمثلة بالخطوات الأربع الآتية: فهم المشكلة، التخطيط للحل، تنفيذ الحل، والتأكد من صحة الحل، وتقوم كل مجموعة بتدوين الحلول التي توصلت إليها. مع مراعاة أن يقوم المعلم أثناء عمل المجموعات بالمراقبة والتجوال فيما بينها ومحاورة الطلبة دون أن يعطيهم الإجابات الصحيحة، كما يعمل على تشجيعهم على التفكير والحوار، ويمكن أن يقوم بإعطاء بعض التلميحات إذا وجد أن هناك بعض المجموعات التي لا تستطيع إكمال المهمة.

٣. **المشاركة (Sharing):** بعد انتهاء الوقت المخصص لمرحلة المجموعات المتعاونة، يتم العمل ضمن فريق واحد من خلال عرض المجموعات المتعاونة للحلول والأفكار التي توصلت إليها ومناقشتها مع باقي المجموعات لتعميق الفهم، ويتولى المعلم إدارة النقاش بين الطلبة وتقويم ما يتم التوصل إليه، والعمل في النهاية على تلخيص الإجابات والأفكار والحلول السليمة وتقديمها للطلبة بشكل مناسب مثل:

فهم المشكلة: المثلث قائم الزاوية في ب، قياس الزاوية أ = ٦٠ ° ، المطلوب إيجاد باقي عناصر المثلث والمتمثلة بقياس الزاوية المجهولة أ وأطوال أضلاعه الثلاثة.

التخطيط للحل: نجد قياس الزاوية أ من خلال العلاقة بين الزاويتين المعلومة والمجهولة. أما الأضلاع فيمكن استخدام النسب المثلثية لإيجادها.



تنفيذ الحل: نرسم شكلا يوضح المشكلة

ق ∢ جـ = ٩٠ – ٦٠ = ٣٠° .

جا ٦٠° = ب جـ / أ جـ وهي معادلة فيها طولا الضلعين مجهولان لذا لا يمكن إيجاد قيم محددة للضلعين. وينطبق نفس الشيء على جتا ٦٠° و ظا ٦٠°.

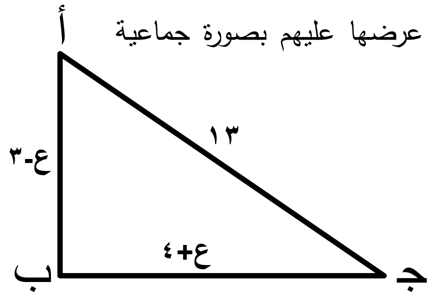
ونفس الفكرة لو أوجدنا النسب المثلثية للزاوية ٣٠ ، وبالتالي نصل إلى نتيجة مفادها أنه لا يمكن حل المثلث القائم الزاوية إذا علمنا فقط قياسات زواياه (وهذا منطقي لأن المثلثات المتشابهة أصلا تكون قياسات زواياها متساوية على الرغم من اختلاف أطوال أضلاعها)، وإنما يجب أن يكون لدينا على الأقل طول أحد الأضلاع مع قياس إحدى الزوايا للوصول إلى حل محدد للمثلث القائم الزاوية. أما في حال معرفة طولي ضلعين فيكون حل المثلث القائم عندها ممكنا كما مر معنا في سؤال التقويم في الحصة السابقة.

التأكد من صحة الحل: هل أوجدنا المطلوب؟ هل كل خطوات الحل صحيحة؟ هل يبدو الجواب منطقيا؟ كما يمكننا التأكد من خلال إيجاد جيب الزاوية ٣٠ ° لمثلثين مختلفين، طولي ضلعي المقابل والوتر في الأول ١٠ سم، ٢٠ سم، وفي الثاني ١٥ سم، ٣٠ سم والتأكد من أن قيمة الجيب في الحالتين يساوي نصف.

بعد ذلك **نطبق النموذج** بمراحله الثلاث على المهمة التالية:

١. **المهام (Tasks):** حيث يتم تقديم المهمة الثانية للطلبة من خلال عرضها عليهم بصورة جماعية باستخدام جهاز العرض (الداتاشو).

جد أطوال أضلاع المثلث المرسوم في الشكل المجاور.



بعد التأكد من فهم الطلبة للمهمة والمطلوب يتم الانتقال للمرحلة التالية.

٢. **المجموعات المتعاونة (Cooperative groups):** حيث يعمل الطلبة في مجموعات تم تحديدها مسبقا لإنجاز المهمة السابقة من خلال التفكير في الطريقة المناسبة لإيجاد المطلوب، مستخدمين خطوات حل المشكلة المتمثلة بالخطوات الأربع الآتية: فهم المشكلة، التخطيط للحل، تنفيذ الحل، والتأكد من صحة الحل، وتقوم كل مجموعة بتدوين الحلول التي توصلت إليها. مع مراعاة أن يقوم المعلم أثناء عمل المجموعات بالمراقبة والتجوال فيما بينها ومحاورة الطلبة دون أن يعطيهم الإجابات الصحيحة، كما يعمل على تشجيعهم على التفكير والحوار، ويمكن أن يقوم بإعطاء بعض التلميحات إذا وجد أن هناك بعض المجموعات التي لا تستطيع إكمال المهمة.

٣. المشاركة (Sharing): بعد انتهاء الوقت المخصص لمرحلة المجموعات المتعاونة، يتم العمل ضمن فريق واحد من خلال عرض المجموعات المتعاونة للحلول والأفكار التي توصلت إليها ومناقشتها مع باقي المجموعات لتعميق الفهم، ويتولى المعلم إدارة النقاش بين الطلبة وتقويم ما يتم التوصل إليه، والعمل في النهاية على تلخيص الإجابات والأفكار والحلول السليمة وتقديمها للطلبة بشكل مناسب مثل:

فهم المشكلة: المثلث قائم الزاوية، طول الوتر ١٣ وحدة، طولا الضلعين الآخرين بدلالة المتغير ع، المطلوب إيجاد قيمة (ع) لمعرفة طولي الضلعين.

التخطيط للحل: من خلال الرسم التوضيحي للمشكلة نجد أنه يمكن استخدام نظرية فيثاغورس لإيجاد قيمة ع.

تنفيذ الحل:

أطوال أضلاع المثلث ١٣، ع+٤، ع−٣

(١٣)^{٢} = (ع+٤)^{٢} + (ع−٣)^{٢}

١٦٩ = (ع^{٢}+٨ع+١٦) + ع^{٢}−٦ع+٩)

١٦٩ = ٢ع^{٢}+٢ع+٢٥

٢ع^{٢}+٢ع+٢٥−١٦٩ = ٠

ع^{٢}+ع−٧٢ = ٠

(ع−٨)(ع+٩) = ٠

إما ع−٨ = ٠ ، ومنه ع = ٨

وإما ع+٩ = ٠ ، ومنه ع = −٩ وهذه القيمة مرفوضة لأن الطول لا يمكن أن يكون سالبا.

أطوال أضلاع المثلث هي: ١٣ ، ع+٤ = ٨+٤ = ١٢، ع−٣ = ٨−٣ = ٥

التأكد من صحة الحل: هل أوجدنا كل المطلوب؟ هل القاعدة التي استخدمناها صحيحة؟ هل كل خطوات الحل صحيحة؟ هل الحسابات التي قمنا بها صحيحة؟ هل يبدو الجواب منطقيا؟ هل يوجد طريقة أخرى لإيجاد الحل؟ كما يمكن أن نربع أطوال الأضلاع الناتجة ونتأكد من تحقيقها لنظرية فيثاغورس.

التقويم: يقوم المعلم بالتأكد من تحقق أهداف الدرس من خلال قيام الطلبة بحل المشكلة الآتية:

حُلَّ مثلثا قائم الزاوية أطوال أضلاعه الثلاثة أعدادٌ صحيحة متتالية.

الملخص والواجب البيتي: يقدم المعلم في النهاية ملخصا للحصة ويكلفهم بحل المشكلتين الآتيتين كواجب بيتي:

أ) حُلَّ المثلث س ص ع القائم الزاوية في ص، والذي فيه: س ص = ٧ سم، ظا س = ١.

ب) حُلَّ المثلث ل م ن القائم الزاوية في م، والذي فيه: م ن = ٤ سم، ل م = ٢ سم.

الحصة الثالثة (٣/٣)

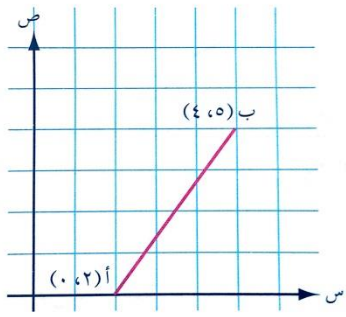
التوزيع المقترح لوقت الحصة: التمهيد (٦ دقائق)، المهمة الأولى (١٠ دقائق)، المهمة الثانية (١٠ دقائق)، التقويم (٨ دقائق)، الملخص والواجب البيتي (٦ دقائق).

التمهيد:

الترحيب بالطلبة ثم تذكيرهم بما تم التوصل له في الحصتين السابقتين من طريقة إيجاد المجهول في المثلث القائم الزاوية سواء كان طول ضلع أو قياس زاوية من خلال العلاقات بين المعطيات والمطلوب، وأن إيجاد جميع أطوال أضلاع المثلث وجميع قياسات زواياه يسمى حل المثلث. ويتم مراجعة الحالات التي يمكن فيها حل المثلث القائم الزاوية (يوجد حل واحد) والحالات التي لا يمكننا حل المثلث القائم الزاوية (يوجد أكثر من حل).

تطبيق النموذج بمراحله الثلاث:

١. **المهام (Tasks):** حيث يتم تقديم المهمة الأولى للطلبة من خلال عرضها عليهم بصورة جماعية باستخدام جهاز العرض (الداتاشو).



أ ب قطعة مستقيمة تصل بين النقطتين أ (٢ ، ٠)، و ب (٥ ، ٤)، كما هو موضح في الشكل المجاور. جد:

أ- طول القطعة المستقيمة أ ب.

ب- قياس الزاوية الحادة المحصورة بين القطعة المستقيمة أ ب ومحور السينات.

بعد التأكد من فهم الطلبة للمهمة والمطلوب يتم الانتقال للمرحلة التالية.

٢. **المجموعات المتعاونة (Cooperative groups):** حيث يعمل الطلبة في مجموعات تم تحديدها مسبقا لإنجاز المهمة السابقة من خلال التفكير في المهمة المعطاة بالطريقة التي يرونها مناسبة للوصول إلى الحل، مستخدمين خطوات حل المشكلة المتمثلة بالخطوات الأربع الآتية: فهم المشكلة، التخطيط للحل، تنفيذ الحل، والتأكد من صحة الحل، وتقوم كل مجموعة بتدوين الحلول التي توصلت إليها. مع مراعاة أن يقوم المعلم أثناء عمل المجموعات بالمراقبة والتجوال فيما بينها ومحاورة الطلبة دون أن يعطيهم الإجابات الصحيحة، كما يعمل على تشجيعهم على التفكير والحوار، ويمكن أن يقوم بإعطاء بعض التلميحات إذا وجد أن هناك بعض المجموعات التي لا تستطيع إكمال المهمة.

٣. **المشاركة (Sharing):** بعد انتهاء الوقت المخصص لمرحلة المجموعات المتعاونة، يتم العمل ضمن فريق واحد من خلال عرض المجموعات المتعاونة للحلول والأفكار التي توصلت إليها ومناقشتها مع باقي المجموعات لتعميق الفهم،

ويتولى المعلم إدارة النقاش بين الطلبة وتقويم ما يتم التوصل إليه، والعمل في النهاية على تلخيص الإجابات والأفكار والحلول السليمة وتقديمها للطلبة بشكل مناسب مثل:

فهم المشكلة: القطعة المستقيمة أ ب تصل بين النقطتين أ (٢ ، ٠)، و ب (٥ ، ٤)، المطلوب إيجاد طول هذه القطعة المستقيمة و قياس الزاوية الحادة المحصورة بين القطعة المستقيمة أ ب ومحور السينات.

التخطيط للحل: من خلال الشكل التوضيحي يمكن تكوين مثلث قائم الزاوية إذا قمنا بإنزال عمود من النقطة ب على محور السينات، وهذا يمكننا من استخدام نظرية فيثاغورس لإيجاد طول القطعة أ ب التي تمثل الوتر، حيث أن طولي ضلعي القائمة معروفان على المستوى البياني. أما فيما يخص قياس الزاوية فيمكن استخدام أي نسبة مثلثية.

تنفيذ الحل: لتكن نقطة التقاء العمود النازل من النقطة ب على محور السينات جـ، فيتشكل لدينا مثلث قائم الزاوية في جـ، فيه ب جـ = ٤ وحدات، أ جـ = ٣ وحدات، وبالتالي

أ. لإيجاد طول القطعة أ ب نستخدم نظرية فيثاغورس

$$(\text{أ ب})^{٢} = (\text{ب جـ})^{٢} + (\text{أ جـ})^{٢}$$

$$(\text{أ ب})^{٢} = (٤)^{٢} + (٣)^{٢} = ١٦ + ٩ = ٢٥$$

أ ب = $\sqrt{٢٥}$ = ٥ وحدات.

ب. لإيجاد قياس الزاوية أ نستخدم جيب الزاوية

$$\text{جا أ} = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية أ}}{\text{طول الوتر}} = \frac{٤}{٥} = ٠,٨$$ وباستخدام الآلة الحاسبة

ق $\measuredangle$ أ $\approx$ ٥٣°.

التأكد من صحة الحل: هل أوجدنا كل المطلوب؟ هل القاعدة التي استخدمناها صحيحة؟ هل كل خطوات الحل صحيحة؟ هل الحسابات التي قمنا بها صحيحة؟ هل يبدو الجواب منطقيا؟ هل يوجد طريقة أخرى لإيجاد الحل؟

وهنا لا بد من التأكيد على أن مثل هذه المسائل يكون لها عادة أكثر من طريقة للحل، لذا يتم استثارة تفكير الطلبة للبحث عن مزيد من طرق الحل الصحيحة التي توصلنا إلى إيجاد المطلوب. فمثلا يمكن حل الفرع الأول من خلال المسافة بين نقطتين، أما الفرع الثاني فيمكن استخدام جيب التمام أو الظل.

بعد ذلك **نطبق النموذج** بمراحله الثلاث على المهمة التالية:

١. **المهام (Tasks):** حيث يتم تقديم المهمة الثانية للطلبة من خلال عرضها عليهم بصورة جماعية باستخدام جهاز العرض (الداتاشو).

حُلَّ المثلث س ص ع القائم الزاوية في ص، والذي فيه جا ع = ٠,٥ ، س ع = ١٤ سم.

بعد التأكد من فهم الطلبة للمهمة والمطلوب يتم الانتقال للمرحلة التالية.

٢. **المجموعات المتعاونة (Cooperative groups):** حيث يعمل الطلبة في مجموعات تم تحديدها مسبقا لإنجاز المهمة السابقة من خلال التفكير في الطريقة المناسبة لإيجاد المطلوب، مستخدمين خطوات حل المشكلة المتمثلة بالخطوات الأربع الآتية: فهم المشكلة، التخطيط للحل، تنفيذ الحل، والتأكد من صحة الحل، وتقوم كل مجموعة بتدوين الحلول التي توصلت إليها. مع مراعاة أن يقوم المعلم أثناء عمل المجموعات بالمراقبة والتجوال فيما بينها ومحاورة الطلبة دون أن يعطيهم الإجابات الصحيحة، كما يعمل على تشجيعهم على التفكير والحوار، ويمكن أن يقوم بإعطاء بعض التلميحات إذا وجد أن هناك بعض المجموعات التي لا تستطيع إكمال المهمة.

٣. **المشاركة (Sharing):** بعد انتهاء الوقت المخصص لمرحلة المجموعات المتعاونة، يتم العمل ضمن فريق واحد من خلال عرض المجموعات المتعاونة للحلول والأفكار التي توصلت إليها ومناقشتها مع باقي المجموعات لتعميق الفهم، ويتولى المعلم إدارة النقاش بين الطلبة وتقويم ما يتم التوصل إليه، والعمل في النهاية على تلخيص الإجابات والأفكار والحلول السليمة وتقديمها للطلبة بشكل مناسب مثل:

فهم المشكلة: المثلث قائم الزاوية، طول الوتر (س ع) ١٤ سم، جيب الزاوية ع = ٠,٥ ، المطلوب حل المثلث، وهذا يعني إيجاد قياس الزاويتين (س) و (ع)، وطولي الضلعين (س ص) و (ص ع).

التخطيط للحل: من خلال جيب الزاوية نجد قياس الزاوية ع وبعدها قياس الزاوية س، ونجد طول الضلع (س ص) المقابل للزاوية ع من خلال الجيب، ثم يمكن استخدام نظرية فيثاغورس لإيجاد قيمة الضلع (ص ع).

تنفيذ الحل:

جا ع = ٠,٥ وباستخدام الآلة الحاسبة نجد أن ق ∡ ع = ٣٠ ° . وبالتالي ق ∡ س = ٦٠ ° .

$$\text{جا ع} = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية ع}}{\text{طول الوتر}} = \frac{\text{س ص}}{\text{س ع}}$$

$$٠,٥ = \frac{\text{س ص}}{١٤} \quad \text{وبالضرب التبادلي}$$

س ص = ٠,٥ × ١٤ = ٧ سم.

وباستخدام نظرية فيثاغورس نجد أن

$$(١٤)^٢ = (٧)^٢ + (\text{ص ع})^٢$$

$$١٩٦ = (٤٩) + (\text{ص ع})^٢$$

$$(\text{ص ع})^٢ = ١٩٦ - ٤٩ = ١٤٧$$

ص ع = ١٢,١٢ سم تقريبا

التأكد من صحة الحل: هل أوجدنا كل المطلوب؟ هل القاعدة التي استخدمناها صحيحة؟ هل كل خطوات الحل صحيحة؟ هل الحسابات التي قمنا بها صحيحة؟ هل يبدو الجواب منطقيا؟ هل يوجد طريقة أخرى لإيجاد الحل؟ كما يمكن أن نربع أطوال الأضلاع الناتجة ونتأكد من تحقيقها لنظرية فيثاغورس، كما يمكن التأكد من خلال النسب المثلثية أيضا.

وكما في كل سؤال من هذه الأسئلة يجب التأكيد على ضرورة أن يفكر الطلبة بحلول أخرى لإيجاد المطلوب فمثلا يعرف الطلبة أن الزاوية التي جيبها نصف هي الزاوية التي قياسها ٣٠ ° وبالتالي نعرف قياس الزاوية الأخرى، ونعرف طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠ الذي يساوي نصف طول الوتر أي ٧ سم وهكذا.

التقويم: يقوم المعلم بالتأكد من تحقق أهداف الدرس من خلال قيام الطلبة بحل المشكلة الآتية:

د هـ و مثلث متساوي الساقين وقائم الزاوية في هـ، فيه دهـ = ١ سم. جد قياسات جميع زواياه وأطوال جميع أضلاعه.

الملخص والواجب البيتي: يقدم المعلم في النهاية ملخصا للحصة ويكلفهم بحل المشكلة الآتية كواجب بيتي:

يميل سلم طوله (١٢) مترا متكئا على حائط رأسي عن سطح الأرض بزاوية ٤٥ ° ، جد الآتي:

- ارتفاع أعلى السلم عن سطح الأرض.
- بعد طرفه السفلي عن الحائط.